

## **Análisis de condiciones de funcionamiento de engranajes lubricados mediante ensayo equivalente en tribómetro**

**Ester Olmeda-Santamaria<sup>1</sup>, Francisco Franco-Martínez<sup>2</sup>, Javier Echávarri-Otero<sup>2</sup>, Enrique Chacón-Tanarro<sup>2</sup>**

<sup>1</sup> Instituto de Seguridad de los Vehículos Automóviles "Duque de Santomauro" (ISVA),  
Departamento de Ingeniería Mecánica, Universidad Carlos III de Madrid, España. Email: eolmeda@ing.uc3m.es

<sup>2</sup> Grupo de investigación en Ingeniería de Máquinas, Universidad Politécnica de Madrid, España. Email:  
francisco.franco@upm.es

### **Resumen**

Los requisitos impuestos por los fabricantes de engranajes a los lubricantes han dado lugar al desarrollo de especificaciones propias y normativa internacional sobre métodos de ensayo de engranajes. Uno de los equipos más usados a nivel mundial en estos ensayos es la máquina FZG, desarrollada por el Gear Research Center (FZG) de la Universidad Técnica de Múnich (TUM). El contacto entre dientes de un engranaje se puede modelar como dos discos en rodadura y deslizamiento. A menudo se emplean tribómetros de dos discos para reproducir las condiciones de funcionamiento de los engranajes y estudiar la influencia del lubricante. Una alternativa es el tribómetro Mini-Traction-Machine 2 (MTM2) de PCS Instruments. Este artículo presenta la reproducción de las condiciones de ensayo de engranajes normalizados tipo C de la máquina FZG a lo largo de la línea de engrane, aplicando el modelo equivalente de dos discos. Se incluyen los resultados de ensayo obtenidos, así como una discusión de los mismos.

**Palabras clave:** Ensayo de Engranajes; Fricción; Lubricación; Tribómetro.

### **Abstract**

The requirements imposed by gear manufacturers on lubricants have resulted in the development of both particular specifications and international standards for gear testing methods. One of the most widely used gear testing machines worldwide is the FZG machine, developed by the Gear Research Center (FZG) of the Technical University of Munich (TUM). The contact between the gear teeth can be modelled as two discs under rolling and sliding conditions. Two-disc tribometers are often used to reproduce the operating conditions of gears and to study the influence of the lubricant. An alternative is the Mini-Traction-Machine 2 (MTM2) tribometer from PCS Instruments. This article presents the reproduction of the test conditions of standardized C-type gears of the FZG machine along the line of action, applying the equivalent two-disc model. The test results obtained, as well as a discussion of them, are included.

**Keywords:** Gear Testing; Friction; Lubrication; Tribometer.

### **1. Introducción**

Las máquinas están formadas por un gran conjunto de componentes mecánicos donde hay multitud de contactos entre elementos (rodamientos, cojinetes, engranajes...). Estos contactos mecánicos suelen ser

una fuente importante de pérdidas energéticas y de problemas de mantenimiento debido a la aparición de fallos (desgaste excesivo, picado superficial, gripado...), en los que el lubricante juega un papel muy importante [1-3].

En el caso concreto de los engranajes, que forman parte de muchas de estas máquinas, en ocasiones están sometidos a muy altas cargas con bajas velocidades. Estas condiciones de funcionamiento son muy críticas porque dificultan la formación de una película de lubricante suficiente para reducir la fricción y proteger los engranajes [4,5]. Adicionalmente, la pérdida de viscosidad del lubricante a alta cizalla y los efectos térmicos también contribuyen a la reducción del espesor de la película [6,7].

### 1.1. Los ensayos de engranajes

Los requisitos impuestos por los fabricantes de engranajes a los lubricantes han dado lugar al desarrollo de especificaciones propias y normativa internacional sobre métodos de ensayo de engranajes [8-13]. Se han desarrollado numerosos métodos de ensayo para cuantificar las influencias de diferentes parámetros en el comportamiento de los engranajes.

Entre los ensayos más habituales está el de eficiencia, el cual se relaciona con las pérdidas energéticas, el consumo de combustible y las emisiones contaminantes. En consecuencia, tiene implicaciones directas en la sostenibilidad. El lubricante juega un papel esencial en estos ensayos. La medida del coeficiente de fricción resulta de gran interés para cuantificar la eficiencia, según las condiciones de funcionamiento del contacto entre dientes.

Uno de los equipos más usados en estos ensayos es la máquina FZG, mostrada en la Figura 1. Esta máquina, desarrollada por el Gear Research Center (FZG) de la Universidad Técnica de Múnich (TUM), está muy extendida a nivel mundial en la industria de los engranajes y su lubricación [14,15].

El contacto entre los dientes de un engranaje se puede modelar como dos discos en rodadura y deslizamiento.

Por lo que, a menudo, se emplean tribómetros de dos discos para reproducir las condiciones de funcionamiento de los engranajes [16,17], lo que permite estudiar la influencia del lubricante. Estas máquinas de dos discos, entre las que se encuentra una desarrollada por el propio centro FZG, permiten fijar la temperatura del baño de aceite, la carga, la velocidad media y el grado de deslizamiento-rodadura (slide-to-roll ratio, SRR).

La versatilidad de estas máquinas ha permitido el desarrollo de nuevos métodos de ensayo, que se han aplicado con éxito en numerosos proyectos de investigación sobre engranajes y su lubricación [16,18-20].

### 1.2. Correlación con ensayos en tribómetro

Dada la equivalencia entre el contacto en engranajes y en discos, los tribómetros más utilizados para reproducir los ensayos en engranajes han sido tradicionalmente las citadas máquinas de dos discos. Se trata de equipos compactos y con condiciones fácilmente controlables, que permiten un estudio sistemático de los principales parámetros de influencia.

Una alternativa para reproducir las condiciones de ensayo de engranajes es la Mini-Traction-Machine 2 (MTM2), desarrollada por PCS Instruments. Este tribómetro ofrece un amplio rango de condiciones de funcionamiento (temperatura del baño de aceite, carga, velocidad media y grado de deslizamiento-rodadura), y permite medir el coeficiente de fricción con una repetibilidad excelente en cualquier régimen de lubricación.

Los tribómetros son capaces de reproducir las condiciones de funcionamiento de los engranajes, por lo que pueden ser una valiosa herramienta para el estudio de lubricantes y sus aditivos en condiciones de funcionamiento similares a los engranajes, en línea con

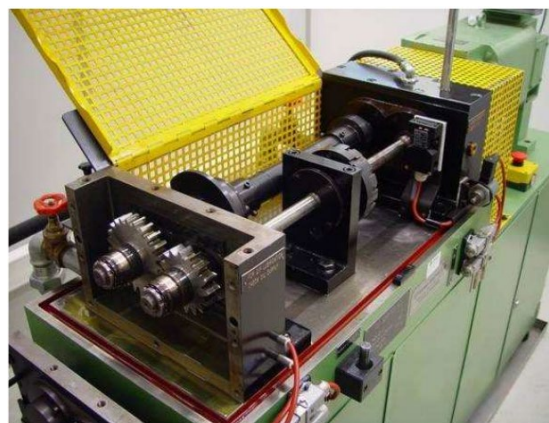


Figura 1. Máquina FZG para ensayo de engranajes. Fuente: [14].

los estudios previos sobre métodos de ensayo presentados en las referencias [20-24].

Este artículo presenta la equivalencia de las condiciones de ensayo de engranajes normalizados tipo C de la máquina FZG a lo largo de la línea de engrane, aplicando el modelo equivalente de dos discos. Para representar la geometría del contacto entre engranajes se emplea el modelo de dos cilindros equivalentes de contacto bajo carga sometidos a rodadura y deslizamiento (Figura 2). Estos cilindros equivalentes tienen los centros de curvatura en T1 y T2 [7].

Se incluyen los resultados de ensayo obtenidos en la aplicación de las condiciones de ensayo en tribómetro, así como una discusión de los mismos para condiciones particulares de interés industrial.

## 2. Metodología

Se ha aplicado el modelo equivalente de dos discos para determinar las condiciones de funcionamiento de los engranajes tipo C a lo largo de la línea de engrane (presión de contacto, velocidad media y de deslizamiento, etc.), considerando varias condiciones de carga y velocidad de rotación en la máquina FZG.

Se muestran en la Tabla 1 los diferentes parámetros geométricos de los engranajes rectos tipo C.

Tabla 1. Parámetros geométricos de los engranajes rectos tipo C.

Dentado tipo C	
Distancia entre ejes $a'$	91,5 mm
Modulo normal $m_n$	4,5
Ángulo de presión normal $\alpha$	20°
Dientes del piñón $Z_1$	16
Dientes del piñón $Z_2$	24
Factor desplazamiento de piñón $X_1$	0,182
Factor desplazamiento de rueda $X_2$	0,171
Ancho de diente $b$	14 mm

Fuente: [25]

En la Figura 2 se muestran los radios de los discos equivalentes ( $\rho_1$  y  $\rho_2$ ) en una posición genérica, los centros de estos discos (T1 y T2) y algunos puntos significativos de la línea de engrane: E2, primer punto de engrane; B inicio del segmento de carga no compartida; C, punto de rodadura; D, final del segmento de carga no compartida y E1, último punto de engrane. En el estudio se han considerado los puntos E2, B, C, D, E1 y los puntos intermedios entre cada dos de ellos (9 puntos en total).

Existen diferentes modelos para considerar el reparto de la carga transmitida a lo largo de la línea de engrane [26]. En este estudio se ha considerado para la distribución de carga a lo largo del engrane el criterio mostrado en la Figura 2.

Se trasladan las condiciones de funcionamiento obtenidas en el modelo equivalente de dos discos a un tribómetro, en los 9 puntos indicados. Se utiliza el tribómetro MTM2 para evaluar la fricción en las condiciones de funcionamiento para dichos puntos. La configuración estándar en la MTM2 es bola-disco, que es la que se ha usado en este estudio. El cambio de geometría del contacto lineal en los discos al contacto puntual bola-disco conlleva una variación de espesor de película que se cuantifica más adelante.

Para este estudio se han calculado dos condiciones de funcionamiento de carga (2000 N y 4000 N) y velocidad de salida en la rueda (130 rpm y 1000 rpm), a una temperatura del baño de lubricante de 40°C (Tabla 2).

Tabla 2. Condiciones de ensayo del estudio

Condiciones de ensayo		
T (°C)	Carga (N)	Velocidad salida rueda (rpm)
40	2000	1000
40	4000	130 y 1000

Fuente: Elaboración propia

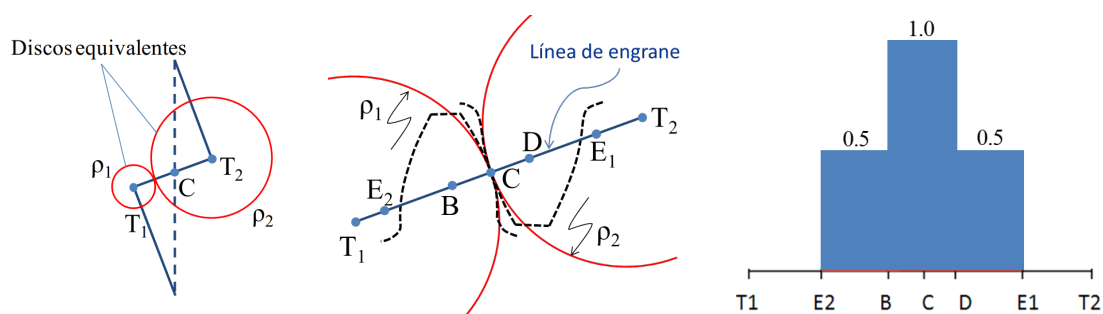


Figura 2. Modelo equivalente de dos discos y distribución de carga. Fuente: [25].

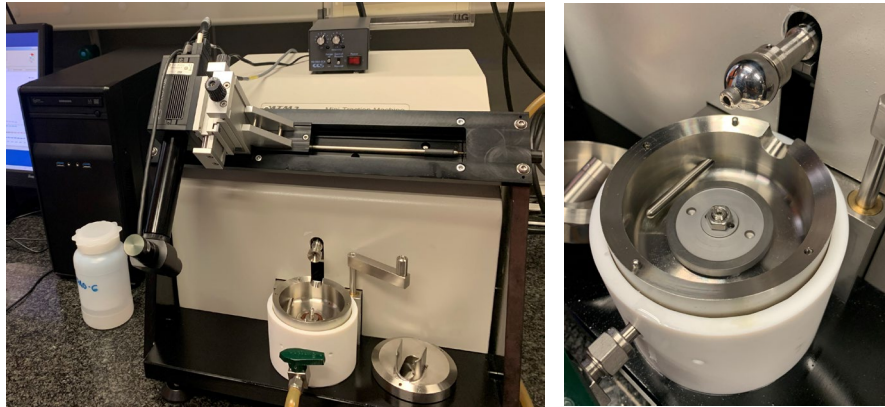


Figura 3. Equipo de ensayo MTM2. Fuente: elaboración propia.

## 2.1. Parámetros de funcionamiento

Los parámetros de funcionamiento obtenidos del modelo se incluyen a continuación.

- Radio reducido, que se obtiene a partir de  $\rho_1$  y  $\rho_2$  a lo largo del engrane según [15]:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2} \quad (1)$$

- Velocidad media, donde  $u_1, u_2$  son las velocidades de las superficies de los discos equivalentes:

$$u_m = \frac{u_1 + u_2}{2} \quad (2)$$

- SRR (%), grado de deslizamiento-rodadura, donde  $\Delta u$  es la velocidad de deslizamiento:

$$SRR = \frac{\Delta u}{u_m} 100 \quad (3)$$

- Presión máxima de Hertz (lineal), donde  $W/L$  es la carga por unidad de longitud,  $a$  el semiancho de contacto y  $E'$  el Módulo de Young reducido:

$$p_H = \frac{2(W/L)}{\pi a} \quad ; \quad a = \left( \frac{8(W/L)R}{\pi E'} \right)^{1/2} \quad (4)$$

Con estos resultados se puede estimar el espesor de película del lubricante,  $h$ , y el espesor específico de película o parámetro lambda,  $\lambda$ , que se obtiene dividiendo por  $R_q$ , que es la rugosidad combinada RMS de las superficies en contacto.

$$h = 2.154 \alpha^{0.47} (\eta_0 u_m)^{0.692} E'^{0.110} R^{0.308} p_H^{-0.332} \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{h}{R_q} \quad (6)$$

Donde las propiedades del lubricante son: viscosidad dinámica a presión ambiente,  $\eta_0$ , y coeficiente viscosidad-presión,  $\alpha$ .

Para el caso de contacto puntual, como el que se da en la MTM2 para bola-disco, el espesor de película correspondiente es:

$$h = 1.55 \alpha^{0.53} (\eta_0 u_m)^{0.67} E'^{0.061} R^{0.33} p_H^{-0.201} \quad (7)$$

donde:

$$p_H = \frac{3W}{2\pi a^2} \quad ; \quad a = \left( \frac{3WR}{2E'} \right)^{1/3} \quad (8)$$

## 2.2. Planteamiento de los ensayos

En la Figura 3 se muestra el equipo MTM2 preparado para el ensayo. Este equipo permite obtener el coeficiente de fricción en condiciones controladas de temperatura del baño de aceite, presión hertziana, velocidad media y grado de deslizamiento-rodadura (SRR).

La rugosidad combinada de las probetas utilizadas (bola y disco) es 200 nm.

El lubricante utilizado es una base de polialfaolefina sin aditivos, PAO6. Las propiedades del aceite se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Propiedades físicas del lubricante PAO6.

Propiedades físicas del lubricante PAO6 a diferentes temperaturas		
T (°C)	$\eta_0$ (mPa·s)	$\alpha$ (GPa <sup>-1</sup> )
40	25,00	11,5
100	4,78	8,2

Fuente: [27]

### 3. Resultados y discusión

#### 3.1. Cálculo de parámetros de funcionamiento

Se han aplicado las condiciones de funcionamiento (carga, velocidad y temperatura) indicadas en el apartado de metodología (Tabla 2).

El radio reducido,  $R$ , y el SRR a lo largo del engrane son idénticos para todas las condiciones de funcionamiento (Figura 4). En la gráfica de la izquierda se muestra el radio reducido para los 9 puntos elegidos de la línea de engrane. En la gráfica de la derecha se representa el SRR para esos mismos 9 puntos, pero indicando en el eje X el radio equivalente del primer disco (con centro en  $T_1$ ).

En la Figura 5 se muestran los valores de la velocidad media,  $u_m$ , para las dos condiciones de velocidad de rotación de la rueda y en la Figura 6 los valores de la presión máxima de Hertz,  $p_H$ , para las dos condiciones de carga.

En la Figura 6, la zona central de la curva (en naranja) corresponde al segmento de carga no compartida. La zona de carga compartida se representa en azul. Cabe reseñar que los puntos tercero y séptimo de esta figura (puntos B y D del engrane) están duplicados, con el fin de representar la variación en los puntos de transición entre ambas zonas de carga.

Con estos parámetros del modelo de dos discos se puede estimar el espesor específico de película a lo largo de la línea de engrane,  $\lambda$ , para tres condiciones de funcionamiento elegidas como representativas (Figura 7). A la izquierda de la figura se muestra el caso de 1000 rpm y 2000 N, en el centro el caso de 1000 rpm y 4000 N y a la derecha el caso de 130 rpm y 4000 N. De este modo se puede apreciar, de forma aislada, la influencia de la carga y la velocidad en la capacidad de crear película de lubricante. Se evidencia que la influencia de la variación de la velocidad es mucho mayor que la influencia de la variación de la carga en el espesor específico de película. En todos los casos, este valor de  $\lambda$  es inferior a 2, lo que indica que no se forma película gruesa [28, 29]. Además, en las

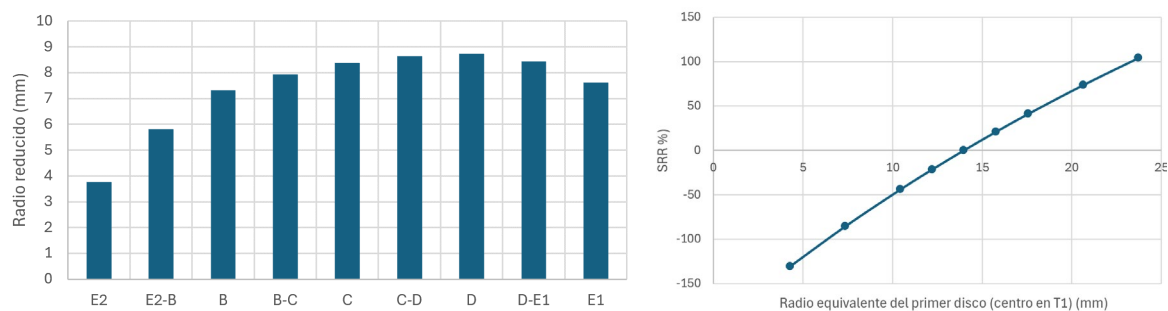


Figura 4. Radio reducido,  $R$ , y SRR para todas las condiciones de funcionamiento. Fuente: elaboración propia.

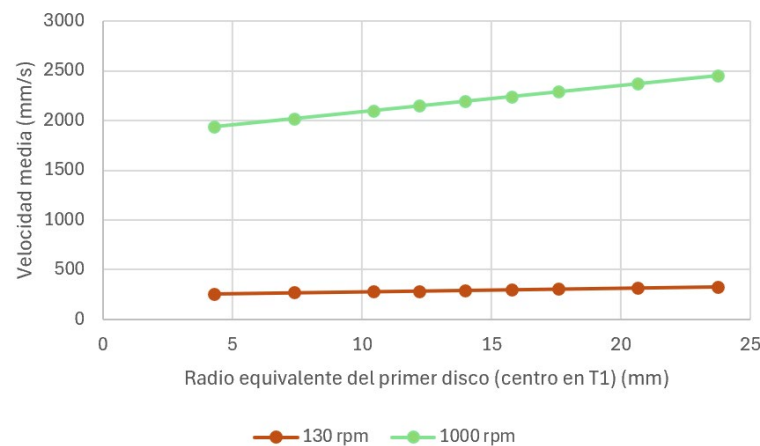


Figura 5. Velocidad media. Fuente: elaboración propia.

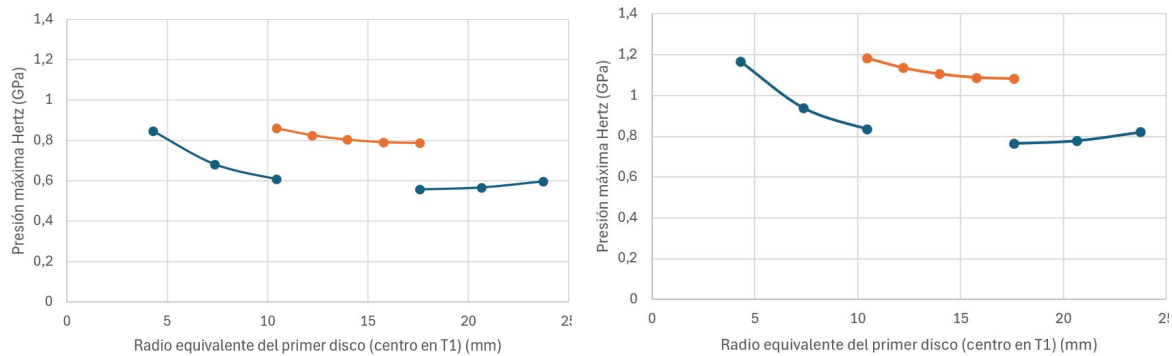


Figura 6. Presión máxima de Hertz para las cargas de 2000 N (izquierda) y 4000 N (derecha). Fuente: elaboración propia.

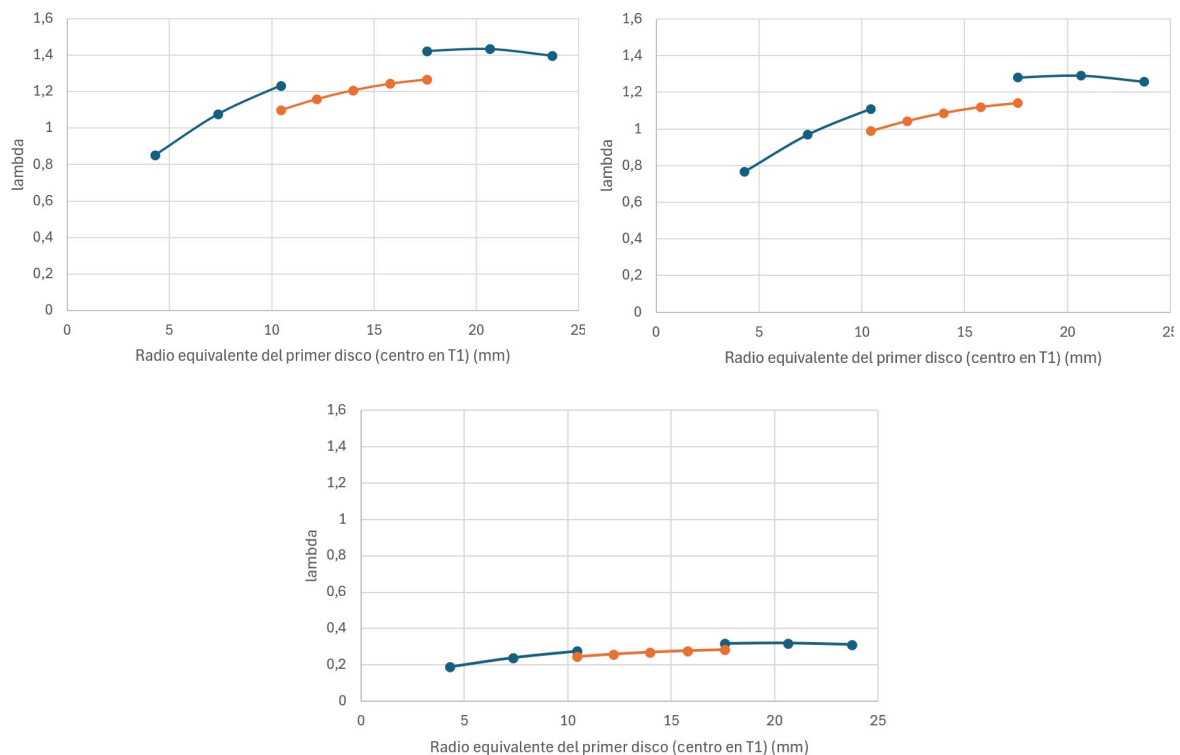


Figura 7. Espesor específico de película a lo largo de la línea de engrane. Arriba a la izquierda para el caso de 1000 rpm y 2000 N, arriba a la derecha 1000 rpm y 4000 N y abajo 130 rpm y 4000 N. Fuente: elaboración propia.

transiciones entre las zonas de carga compartida y no compartida de cada curva de la Figura 7, se puede ver la reducción de  $\lambda$  cuando la carga no es compartida y la presión Hertziana es más alta (Figura 6).

### 3.2. Resultados de ensayos y discusión

En las condiciones de funcionamiento indicadas en el apartado anterior se realizan experimentos en la máquina MTM2. Se ensayan (a temperatura del baño de lubricante de 40°) las condiciones, presión

Hertziana, velocidad media y SRR en los puntos de la línea de engrane indicados anteriormente.

En este tribómetro el contacto es puntual, por lo que el espesor específico de película no coincide exactamente con el reflejado en la Figura 7. Las expresiones para el espesor de película en ambos casos se han indicado anteriormente (Ecuaciones 5 y 7). Se ha calculado en cada caso la diferencia según ambas expresiones y se ha comprobado que en todos los puntos la diferencia es inferior al 10%.



En la Figura 8 se muestran los resultados del coeficiente de fricción para cada uno de los 9 puntos estudiados. Al igual que en las Figuras 6 y 7, se representan duplicados los puntos de transición entre las zonas de carga compartida y no compartida.

En relación con el efecto de la carga y la velocidad de la rueda en el coeficiente de fricción a lo largo del engrane, en la Figura 8 se observa que es mucho mayor la influencia de la velocidad. Esto es debido a que, en ausencia de película gruesa ( $\lambda < 2$ ), la fricción se ve muy afectada por el valor del espesor específico de película,  $\lambda$ . De acuerdo con la Figura 7, para el caso de 130 rpm y 4000 N los valores de  $\lambda$  son los más bajos (entre 0,2 y 0,35 aproximadamente), lo que es indicativo de dificultad para crear película y justifica que el coeficiente de fricción en cada punto del engrane sea sensiblemente mayor que para los otros casos. Según la Figura 7, los dos casos con velocidad de la rueda de 1000 rpm implican valores de  $\lambda$  mucho mayores (entre 0,8 y 1,4 aproximadamente), dando lugar a una importante reducción del coeficiente de fricción en cada punto, sin que haya diferencias reseñables entre las curvas para las cargas de 2000 y 4000 N.

Por otro lado, se observa que, para cada una de las tres condiciones de funcionamiento estudiadas, el valor del espesor específico de película,  $\lambda$ , no varía demasiado en el segmento de carga no compartida (Figura 7). En este caso, el efecto principal en la variación del coeficiente de fricción resulta la componente de fricción elastohidrodinámica. De acuerdo con [27, 30], para bajos valores absolutos (positivos o negativos) del grado de deslizamiento-rodadura,  $|SRR|$ , el coeficiente de fricción elastohidrodinámico presenta una fuerte pendiente creciente al aumentar  $|SRR|$  y dicha pendiente se va reduciendo rápidamente con el

incremento de  $|SRR|$ . Este aspecto explica la alta variación del coeficiente de fricción que se observa en los puntos centrales de la Figura 8, en los que  $|SRR|$  es bajo (Figura 4, derecha). En particular,  $SRR$  es nulo en el punto C de la línea de engrane, lo que corresponde a un valor del coeficiente de fricción que tiende a cero. Lo anterior también justifica que, a medida que aumenta  $|SRR|$ , la variación del coeficiente de fricción se ve muy atenuada en los puntos más extremos del segmento de carga no compartida.

En cuanto al segmento de carga compartida de cada curva, la Figura 4 (derecha) muestra que se dan valores altos de  $|SRR|$  en los extremos (inicio y final de la línea de engrane), por lo que se amortigua la influencia del  $|SRR|$  en la variación de la fricción. En consecuencia, el efecto dominante vuelve a ser el espesor específico de película,  $\lambda$ . En los primeros puntos de engrane, en los que además  $\lambda$  varía más que en el segmento de carga no compartida, se puede apreciar una clara correlación entre la bajada del coeficiente de fricción (Figura 8) y la mejora de las condiciones de lubricación por el aumento de  $\lambda$  (Figura 7). En los últimos puntos de engrane la variación de  $\lambda$  es menos significativa (Figura 7), por lo que también tiende a serlo la correspondiente variación del coeficiente de fricción (Figura 8).

En los puntos duplicados, que permiten estudiar la transición entre las zonas de carga compartida y no compartida, el comportamiento viene determinado por la presión Hertziana, que es el único parámetro de funcionamiento que cambia en dichos puntos. Como ya se ha comentado, cuando la carga no es compartida, la mayor presión implica una reducción de  $\lambda$  en las transiciones (Figura 7). Consecuentemente, en la Figura 8 se aprecia una clara elevación del coeficiente de fricción en los extremos del segmento de carga no compartida, para las dos curvas con velocidad de la

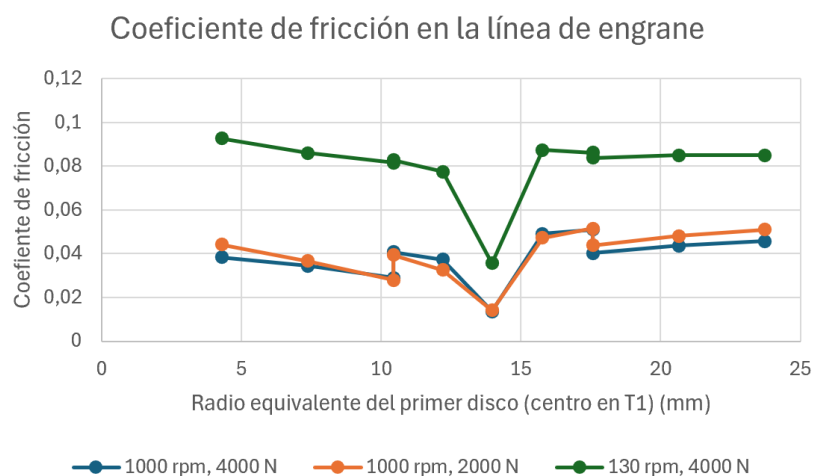


Figura 8. Resultados experimentales del coeficiente de fricción. Fuente: elaboración propia.

rueda de 1000 rpm. Sin embargo, este efecto se percibe menos en la curva para 130 rpm de la Figura 8 debido a que a tan baja velocidad el salto de  $\lambda$  en las transiciones es muy limitado, como puede observarse en la Figura 7.

#### 4. Conclusiones

Resulta de gran interés en la industria el poder reproducir las condiciones de funcionamiento de los engranajes para poder estudiar la influencia del lubricante, especialmente para la evaluación de las pérdidas energéticas.

En este artículo se ha expuesto la recreación de las condiciones de ensayo de los engranajes normalizados tipo C de la máquina FZG a lo largo de la línea de engrane, aplicando el modelo equivalente de dos discos. A partir de las condiciones de funcionamiento extraídas del modelo (presión Hertziana, velocidad media y SRR en los puntos de la línea de engrane), se han realizado los ensayos en dichas condiciones en el tribómetro Mini-Traction-Machine 2 (MTM2) de PCS Instruments.

De los resultados de los ensayos se verifica que el efecto de la velocidad de la rueda en el coeficiente de fricción a lo largo del engrane es mucho mayor que el de la carga. En los casos con velocidad más elevada se obtienen valores del espesor específico de película,  $\lambda$ , mucho mayores dando lugar a una importante reducción del coeficiente de fricción. Este comportamiento es esperable porque en todos los casos ensayados  $\lambda < 2$  y por lo tanto no se crea película gruesa en ningún caso.

El efecto de  $\lambda$  en la fricción y la variación de la fricción elastohidrodinámica con el grado de deslizamiento-rodadura, SRR, permiten explicar el comportamiento del coeficiente de fricción en las zonas de carga compartida y no compartida para cada condición ensayada.

#### 5. Agradecimientos

Los autores quieren agradecer la colaboración de Repsol Technology Lab (Mostoles, Madrid, España).

#### 6. Referencias

- [1] B.J. Hamrock. "Fundamentals of Fluid Film Lubrication". McGraw-Hill, USA, 1994.
- [2] B. Bhushan. "Introduction to Tribology". John Wiley & Sons, USA, 2002.
- [3] H. Spikes. "Basics of EHL for practical application". *Lubrication Science*, 27, pp. 45-67, 2015.
- [4] J. Castro, J. Seabra. "Influence of mass temperature on gear scuffing". *Tribology International*, 119, pp. 27-37, 2018.
- [5] R. Gohar, H. Rahnejat. "Fundamentals of Tribology". World Scientific Publishing, UK, 2018.
- [6] P. Kumar, M.M. Khonsari. "Combined Effects of Shear Thinning and Viscous Heating on EHL Characteristics of Rolling/Sliding Line Contacts". *ASME. Journal of Tribology*, Vol. 130, nº 4, pp. 1-13, 2008.
- [7] E. de la Guerra, J. Echávarri, A. Sánchez, E. Chacón, B. del Río. "Film thickness formula for thermal EHL line contact considering a new Reynolds-Carreau equation". *Tribology Letters*, Vol. 66, nº 31, pp. 1-12, 2018.
- [8] FVA Information Sheet No. 345, Method to determine the frictional behaviour of lubricants using a FZG gear test rig. FVA Frankfurt, January 2002.
- [9] ISO/TS 6336-22:2018: Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 22: Calculation of micropitting load capacity, 2018.
- [10] ISO 6336-2:2019: Calculation of load capacity of spur and helical gears - Part 2: Calculation of surface durability (pitting), 2019.
- [11] ASTM D5182-19: Standard Test Method for Evaluating the Scuffing Load Capacity of Oils (FZG Visual Method), 2019.
- [12] ASTM D4998-13(2021): Standard Test Method for Evaluating Wear Characteristics of Tractor Hydraulic Fluids, 2021.
- [13] ISO 14635-1:2023: Gears - FZG test procedures - Part 1: FZG test method A/8,3/90 for relative scuffing load-carrying capacity of oils, 2023.
- [14] L. Magalhães, R. Martins, C. Locateli, J. Seabra. "Influence of tooth profile on gear power loss". 3rd Int. Conference on Integrity, Reliability and Failure, Porto/Portugal, 20-24 July 2009.
- [15] P. Lafont, J. Echávarri, A. Díaz. "Diseño y Cálculo de Transmisión por Engranajes". Sección de publicaciones de la ETSII (UPM), Madrid, 2009.
- [16] M. Ebner, M. Yilmaz, T. Lohner, K. Michaelis, B.R. Höhn, K. Stahl. "On the effect of starved lubrication on elastohydrodynamic (EHL) line contacts". *Tribology International*, 118, pp. 515-523, 2018.



- [17] J. Sukumaran, M. Ando, P. De Baets, V. Rodriguez, L. Szabadi, G. Kalacska, V. Paepegem. "Modelling gear contact with twin-disc setup". *Tribology International*, 49, pp. 1-7, 2012.
- [18] J. Castro, J. Seabra, "Coefficient of friction in mixed film lubrication: Gears versus twin-discs". *Proc. Inst. Mech. Eng. Part J Journal of Engineering Tribology*, 221, pp. 399-411, 2007.
- [19] E. Lainé, A.V. Olver, T.A. Beveridge, "Effect of lubricants on micropitting and wear", *Tribology International*, 41, pp. 1049-1055, 2008.
- [20] E. de la Guerra, J. Echávarri, E. Chacón, J.M. Munoz-Guijosa, B. del Río, C. Alén. "Analysis of the effect of different types of additives added to a low viscosity polyalphaolefin base on micropitting". *Wear* 322-323, pp. 238-250, 2015.
- [21] R.W. Contreras, J. Echávarri, E. Chacón, F. Franco, M. Cortada-García. "A test for evaluating the scuffing performance of fully-formulated lubricants". *Tribology International*, 178: 2023.
- [22] M. Ingram, C. Hamer, H.A. Spikes. "A new scuffing test using contra-rotation". *Wear*, 328-329, pp. 229-240, 2015.
- [23] B. Vengudusamy, C. Enekes, R. Spallek. "EHD friction properties of ISO VG 320 gear oils with smooth and rough surfaces", *Friction*, Vol. 8, nº 1, pp. 164-181, 2020.
- [24] M. Ueda, B. Wainwright, H. Spikes, A. Kadiric. "The effect of friction on micropitting". *Wear*, 488-489, 2022.
- [25] E. de la Guerra Ochoa. "Análisis de la influencia de los diferentes parámetros de diseño en la aparición de fatiga superficial en contactos mecánicos". Tesis (Doctoral), E.T.S.I. Industriales (UPM), 2013. Disponible en: <https://doi.org/10.20868/UPM.thesis.21779>.
- [26] J. I. Pedrero, M. Pleguezuelos, M. Artés, J. A. Antona, "Load distribution model along the line of contact for involute external gears", *Mechanism and Machine Theory*, Vol. 45, nº 5, pp. 780-794, 2010.
- [27] J. Echávarri Otero, P. Lafont Morgado, E. Chacón Tanarro, et al. "Analytical model for predicting the friction coefficient in point contacts with thermal elastohydrodynamic lubrication". *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. Vol. 225, nº 4, pp. 181-191, 2011. Disponible en: 10.1177/1350650111398848
- [28] J.A. Brandao. "Gear micropitting prediction using the Dang Van high-cycle fatigue criterion". Tesis (Doctoral), Oporto, Porto, 2007.
- [29] M.Liu, C. Zhu, H. Liu. "A micro-TEHL finite line contact model for a helical gear pair". *Adv Mech Eng*, 7, 104790, 2015.
- [30] K. L. Johnson and J. L. Tevaarwerk. "Shear behaviour of elastohydrodynamic oil films". *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 356, pp. 215-236, 1977. Disponible en: <http://doi.org/10.1098/rspa.1977.0129>