

Comparación de los modos de vibración de una viga empotrada utilizando métodos teóricos, experimentales y computacionales

Francisco D. Calvo López¹, Francisco Calvo Percino², Isai Josue Rios Rosas³, Enrique Pérez Gutiérrez⁴
María Judith Percino Zacarías⁵

¹ Facultad de Electrónica, Decanato de Ingeniería, Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla, México. Email: franciscodomingo.calvo@upaep.mx

² Departamento de Física, Universidad Autónoma de Puebla, México. Email: frank.calvo.p@gmail.com

³ Facultad de Electrónica, Decanato de Ingeniería, Universidad Popular Autónoma del Estado de Puebla, México. Email: isaijosue.rios@upaep.edu.mx

⁴ Unidad de Polímeros y Electrónica Orgánica, Instituto de Ciencias, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Email: enrique.pgutierrez@correo.buap.mx

⁵ Unidad de Polímeros y Electrónica Orgánica, Instituto de Ciencias, Benemérita Universidad Autónoma de Puebla, México. Email: enrique.pgutierrez@correo.buap.mx

Resumen

En este trabajo de investigación se realiza una comparación de los resultados obtenidos con el software de SolidWork para el análisis de frecuencias naturales de una viga de ancho de 38 mm espesor de 3 mm y longitud de 400 mm de aluminio 7075-T6, para lo cual es fundamental determinar los primeros 4 modos de vibración, para esto se usaron cuatro diferentes métodos, como; las ecuaciones de Euler-Bernoulli para vigas empotradas, software comercial Ansys, NX 12 y en forma experimental, se observó que el promedio de error entre los resultados de SolidWorks con los teóricos el promedio fue de 0.76 y la desviación estándar de 0.04 con el experimentales fueron del orden de 1.08 y 0.40, mientras que los resultados obtenidos con Ansys fueron 0.42 y 0.02 y NX 12 fueron del orden 0.01 y 0.01, por lo cual se comprobó que el uso del Software de SolidWorks es acto para realizar análisis de vibraciones mecánicas de forma rápida y confiable.

Palabras clave: Vibración, Simulación, Viga, Análisis, Armónica.

Abstract

In this research work, a comparison of the results obtained with the SolidWork software is made for the analysis of natural frequencies of a beam of 38 mm thickness of 3 mm and length of 400 mm of aluminum 7075-T6, for which It is fundamental to determine the first 4 vibration modes, for this four different methods were used, such as; the equations of Euler-Bernoulli for embedded beams, commercial software Ansys, NX 12 and experimentally, it was observed that the average error between the results of SolidWorks with the theoretical the average was 0.76 and the standard deviation of 0.04 with the experimental were of the order of 1.08 and 0.40, while the results obtained with Ansys were 0.42 and 0.02 and NX 12 were of the order 0.01 and 0.01, for which it was proved that the use of the SolidWorks Software is an act to perform mechanical vibration analysis. fast and reliable way.

Keywords: Vibration, Simulation, Beam, Analysis, Harmonic.

1. Introducción

La presencia de las vibraciones en nuestro alrededor es una constante.

Los estudios iniciales de vibraciones se centraron en la comprensión del fenómeno y en el desarrollo de modelos matemáticos para su descripción. Sin embargo, en las últimas décadas su estudio ha estado motivado por sus aplicaciones ingenieriles en el diseño de máquinas, cimientos, estructuras, motores, turbinas y sistemas de control.

Una estructura o componente de una máquina sometida a cargas alternativas puede fallar a fatiga. Por ello, la vibración produce mayor desgaste de piezas mecánicas, como cojinetes o engranajes, así como mayor ruido. En máquinas, afloja uniones. En corte de metales, produce peores acabados superficiales. Por otra parte, toda vibración requiere cierta energía para producirse, lo que reduce el rendimiento en la máquina que la produce.

Un sistema sometido a una vibración cuya frecuencia coincide con alguna de las frecuencias naturales del sistema, se ve sometido al fenómeno de resonancia. La resonancia produce en el sistema, de forma progresiva, vibraciones con mayores amplitudes a la vibración excitadora, que en el peor de los casos produce el fracaso del material. Por ello, es esencial estudiar el comportamiento vibratorio de los sistemas objeto de desarrollo.

Los sistemas vibratorios con un número finito de grados de libertad son denominados discretos. Aquellos que poseen un número infinito de grados de libertad se denominan sistemas continuos.

2. Análisis de sistemas vibratorios

Un sistema vibratorio es aquel sistema dinámico donde las excitaciones (entradas) y las respuestas (salidas) dependen del tiempo. La respuesta de un sistema vibratorio depende de las condiciones iniciales, así como de las excitaciones externas.

La mayoría de los sistemas vibratorios son muy complejos y es imposible contemplar todas las características del mismo al realizar un análisis matemático. Sólo las características más importantes del mismo son tenidas en cuenta en el análisis para predecir su comportamiento.

El análisis de un sistema se estructura en:

- Creación de un modelo matemático.

- Planteamiento de las ecuaciones que rigen el comportamiento del sistema.
- Solución de dichas ecuaciones.
- Interpretación de resultados.

A continuación, se muestra un ejemplo:

3. Selección de materiales

En este estudio, nuestro material de elección para la viga es Aluminio 6061-T6 debido a las siguientes características:

Su relación fuerza-peso es muy alta, lo que la hace ideal para lograr una estructura liviana, excelente resistencia estructural y tenacidad, lo que indica una alta rigidez y facilidad de trabajo, tiene buenas características de acabado y responde bien al anodizado, está fácilmente disponible y tiene una excelente maquinabilidad debido a sus características,

3.1. Características de la viga.

Para este caso se propuso una viga en voladizo (figura 1), que posee las siguientes características geométricas y propiedades del material:

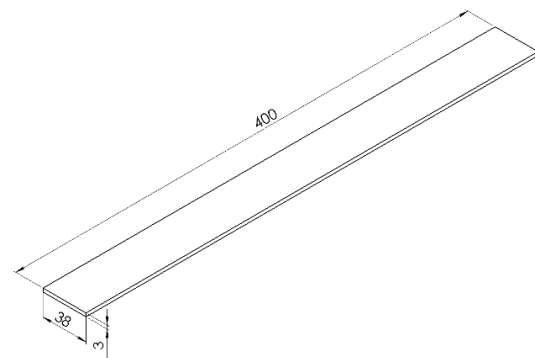


Figura 1. Geometría y dimensiones de la viga

- Base de la viga: 38 mm
- Espesor de la viga: 3 mm
- Longitud de la viga: 400 mm
- Módulo de elasticidad del material: 69000 MPa
- Densidad del material: 2700 kg/m³

3.2. Vigas en voladizo

Análisis modal de una viga en voladizo: se ensambló un modelo mecánico en viga en voladizo, de tal manera que uno de sus extremos quedó restringido para todos los grados de libertad y el otro extremo libre. Con el fin de realizar el análisis modal se marcó sobre la superficie superior de la placa, 11 puntos, separados a distancias iguales en toda la longitud de la viga, definiendo de esta

manera las posiciones de excitación con un martillo. Así mismo, se acopló un acelerómetro en el extremo libre de la viga, llevando la señal de este, a uno de los canales de la tarjeta de adquisición, al mismo tiempo se conectó el martillo a otro canal de la misma tarjeta. Además, se programó la computadora para obtener la información FRF, teniendo en cuenta los valores de sensibilidad de los transductores. De esta manera se obtuvieron 11 funciones de respuesta en frecuencia FRF, correspondiente a la excitación aplicada en cada punto.

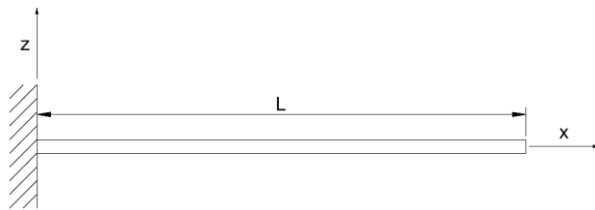


Figura 2. Viga en voladizo

Tabla 1. Equipos utilizados en análisis modal viga en voladizo [3].

	Marca	Modelo
Tarjeta de adquisición de señales	QUATTRO	DP-4
Martillo	PCB Piezotronics	086E80
Acelerómetro	PCB Piezotronics	352B10
Computadora	DELL	Inspiron 15 Serie 7000

3.3. Verificación Computacional

A continuación, se presenta el procedimiento de verificación computacional utilizado en este trabajo con base a las recomendaciones dadas en Oberkampf et al.- y por AIAA_G-077 [1, 2].

La ecuación diferencial que describe el movimiento de una viga en voladizo está dada por:

$$W_x = -\mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \quad (1)$$

Donde: W_x - es la carga de inercia debido a la masa de la viga, μ - es la masa de la viga por unidad de longitud.

De tal manera que, la solución general de la ecuación diferencial (1) es:

$$\bar{y} = A \sin \beta x + B \cos \beta x + C \cos \beta x + D \cos \beta x \quad (2)$$

Evaluando las condiciones de frontera de la viga en voladizo, en la ecuación (2), se obtiene la ecuación característica de movimiento de la viga:

$$\cos \beta l + \cosh \beta l = -1 \quad (3)$$

Las soluciones de la ecuación (3) se encuentran mediante el método iterativo de Newton-Raphson. La tabla 1 muestra lo mismo:

Table 2 Soluciones de la ecuación (3).

Index	$\beta_n L$
βl_1	1.87510
βl_2	4.69409
βl_3	7.85475
βl_4	10.99554

Con las raíces obtenidas y las propiedades de la viga las frecuencias modales teóricas se calcularon utilizando la siguiente expresión:

$$w_n = \beta l_n \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \quad (4)$$

Tabla 2 Primeras 4 frecuencias teóricas dela viga en voladizo [3].

n	w_n
1	15.42
2	96.65
3	270.60
4	530.30

3.4. Resultados de la simulación de la viga

Resultados obtenidos con SolidWorks

Tabla 3. Resultados SolidWorks.

Frecuencia modal obtenida (Hz)	
Modos	Simulación con SolidWorks
1	15.54
2	97.34
3	272.62
4	534.67

En las figura 3,4,5,6, se observan los modos de vibración de la viga.

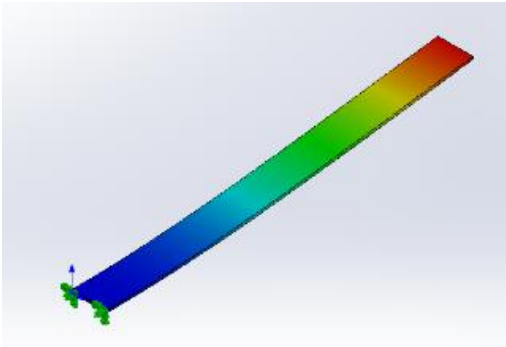


Figura 3. Primer modo de vibración

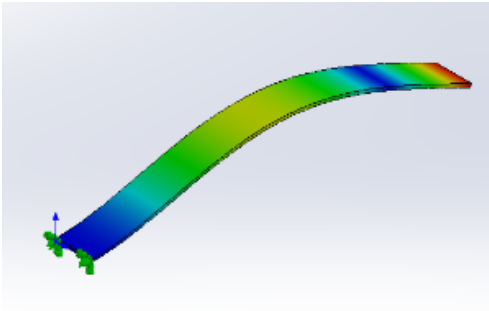


Figura 4. Segundo modo de vibración

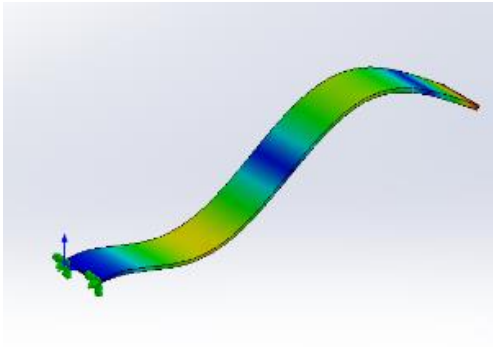


Figura 5. Tercer modo de vibración

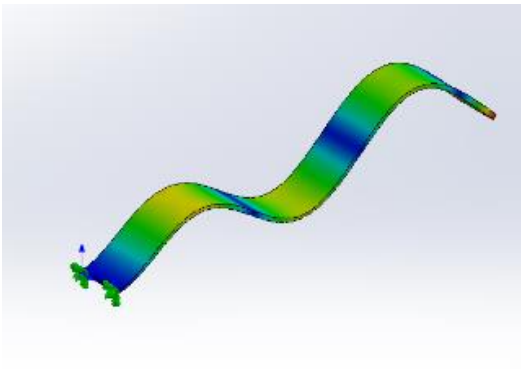


Figura 6. Cuarto modo de vibración

Resultados obtenidos con NX12

Tabla 4. Resultados NX12.

Frecuencia modal obtenida (Hz)	
Modos	Simulación con NX12
1	15.54
2	97.35
3	272.66
4	534.78

En las figura 7,8,9,10 se observan los modos de vibración de la viga.

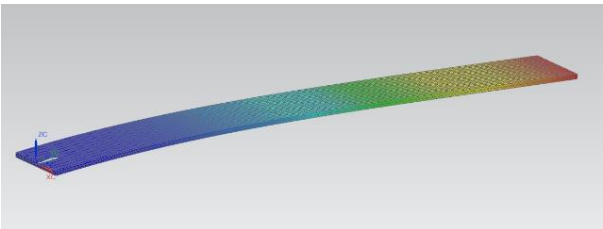


Figura 7. Primer modo de vibración

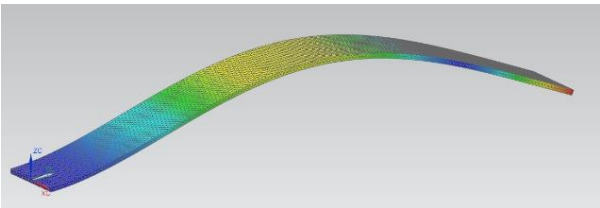


Figura 8. Segundo modo de vibración

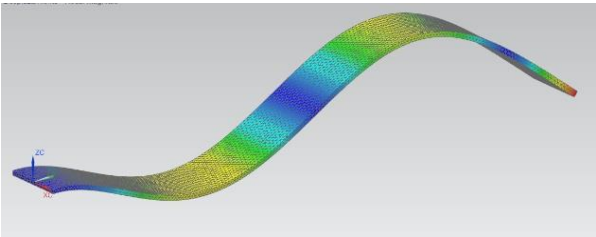


Figura 9. Tercer modo de vibración

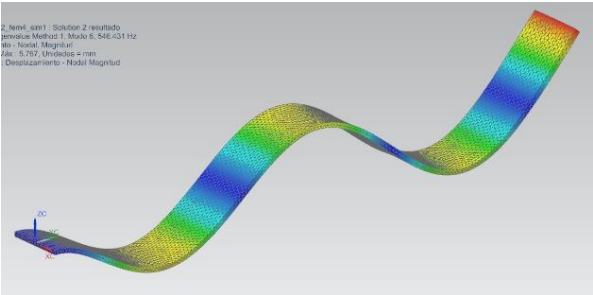


Figura 10. Cuarto modo de vibración

Resultados obtenidos con ANSYS

Tabla 4. Resultados ANSYS.

Frecuencia modal obtenida (Hz)	
Modos	Simulación con ANSYS
1	15.60
2	97.74
3	273.80
4	537.08

En las figura 11,12,13,14 se observan los modos de vibración de la viga.

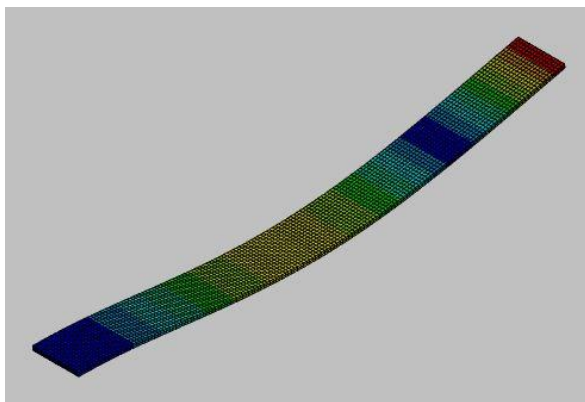


Figura 11. Primer modo de vibración

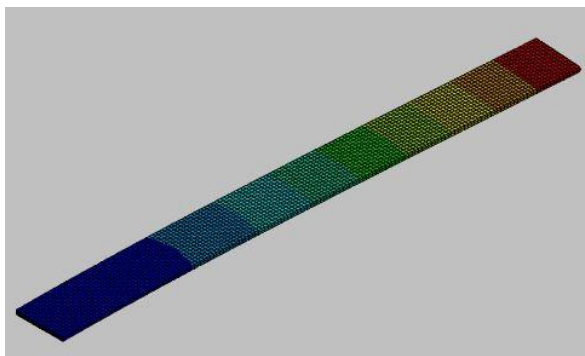


Figura 12. Segundo modo de vibración

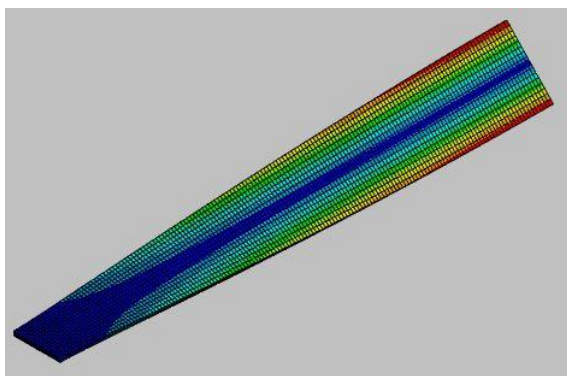


Figura 13. Tercer modo de vibración

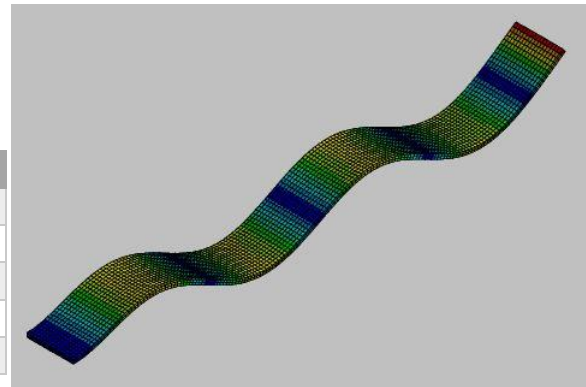


Figura 14. Cuarto modo de vibración

3.5. Resultados experimentales

Se realizó experimentalmente el mismo estudio modal de la viga, de donde se obtuvo una lista de datos los cuales se evaluaron y los resultados finales se encuentran en la tabla siguiente:

Tabla 5. Resultados Experimentales.

Frecuencia modal obtenida (Hz)	
Modos	Experimenta
1	15.63
2	98.13
3	276.30
4	543.10

4. Comparación de resultados.

Se realizó la comparación de los resultados y además se obtuvieron los promedios y desviaciones estándar entre los diferentes métodos utilizados.

Los cuales se enlistan en la tabla 6:

4.1. Conclusiones

En conclusión, debemos decir que, en términos generales, los resultados de la simulación realizada con SolidWorks para las frecuencias modales, en comparación con el método teórico, experimental y de simulación con ANSYS y NX 12, se basan en la verificación computacional utilizada en este trabajo con base en las recomendaciones. dada en Oberkampff et al. y por AIAA_G-077 y la tesis de Jorge Enrique Herrera Arroyave.

En la tabla 6 se muestra la comparación de los resultados obtenidos con SolidWorks y NX12 con la simulación teórica, experimental y con ANSYS, así como la desviación media y estándar.

Tabla 6. Comparativa de resultados.

Modo	Frecuencia modal obtenida (Hz)					% Error de la simulación en SolidWorks con respecto a:			
	Teórico	Simulación NX 12	Simulación ANSYS [3]	Experimental	Simulación SolidWorks	Teórico	Simulación NX 12	Simulación ANSYS [3]	Experimental
1	15.42	15.54	15.60	15.63	15.54	0.77	0.00	0.39	0.58
2	96.65	97.35	97.74	98.13	97.34	0.71	0.01	0.41	0.81
3	270.60	272.66	273.80	276.30	272.62	0.74	0.01	0.43	1.35
4	530.30	534.78	537.08	543.10	534.67	0.82	0.02	0.45	1.58
Promedio						0.76	0.01	0.42	1.08
Desviación estándar						0.04	0.01	0.02	0.40

Con estos resultados se comprueba que el programa de simulación de elemento finito de SolidWorks es adecuado para realizar análisis de vibraciones mecánicas.

4.3. Referencias

[1] W. L. Oberkampf, T. G. Trucano, and C. Hirsch, "Verification and Validation for Modeling and Simulation in Computational Science and Engineering Applications," in Foundations for Verification and Validation in the 21st Century Workshop, Laurel, Maryland, p. 74, 2002.

[2] R. Scigliano, M. Scionti, and P. Lardeur, "Verification, validation and variability for the vibration study of a car windscreen modeled by finite elements," Finite Elements in Analysis and Design, vol. 47, pp. 17-29, 2011.

[3] J. E. Herrera Arroyave, "Diseño estructural de un sistema CubeSat con recubrimiento de barrera térmica," Maestría en Ingeniería Aeronautica con Orientación en Estructuras, Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, Universidad Autónoma de Nuevo León, San Nicolas de los Garzas, N.L., Mexico, 2015.

[4] S. G. González, "SolidWorrrks Simulation^R". Editorial Alfaomega, Col. Del Valle, 03100, México D.F. Septiembre 2010.