

Análisis del Comportamiento Dinámico del Sistema Cable OPGW-Amortiguador Espiral: Un Enfoque Experimental

Damián Campos¹, Andrés Ajras², Marcelo Tulio Piovan³

¹Laboratorio de Ensayo de Conductores, Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahue, Argentina. Email: damian.campos@fain.uncoma.edu.ar

²Laboratorio de Ensayo de Conductores, Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahue, Argentina. Email: andres.ajras@fain.uncoma.edu.ar

³ Centro de Investigaciones de Mecánica Teórica y Aplicada, Universidad Tecnológica Nacional FRBB y CONICET, Argentina. Email: mpiovan@frbb.utn.edu.ar

Resumen

Este estudio se centra en la identificación de características de amortiguamiento no lineal mediante la aplicación de datos experimentales obtenidos en ensayos realizados en el vano de laboratorio para un sistema de cable OPGW con amortiguador tipo espiral. Este tipo de amortiguadores desempeña un papel importante en la reducción de vibraciones eólicas en líneas aéreas de transmisión de electricidad. Los datos experimentales recopilados se utilizan para determinar el comportamiento del sistema ante una fuente de excitación externa, lo que permite una mayor comprensión de su respuesta dinámica. Se emplean técnicas avanzadas de procesamiento de señales y métodos numéricos basados en la transformada de Karhunen–Loève para analizar los datos experimentales y extraer los parámetros de amortiguamiento relevantes. Los resultados de este análisis proporcionan información valiosa acerca del diseño y la implementación eficaz del sistema amortiguante en el vano de una línea.

Palabras clave: Amortiguador tipo espiral; cables; vibraciones eólicas; Karhunen–Loève.

Abstract

This study focuses on identifying nonlinear damping characteristics by applying experimental data obtained from tests conducted in the laboratory for an OPGW cable system with spiral dampers. These types of dampers play an essential role in reducing wind-induced vibrations in overhead power transmission lines. The experimental data determines the system's behavior in response to an external excitation source, allowing for a greater understanding of its dynamic response. Advanced signal processing techniques and numerical methods based on the Karhunen–Loève transform are used to analyze the experimental data and extract the relevant damping parameters. This analysis provides valuable information about the design and effective implementation of the damping system in the span of a line.

Keywords: Spiral damper; cables; aeolian vibrations; Karhunen–Loève.

1. Introducción

Los cables tipo OPGW (Optical Ground Wire) conformados por un conjunto de alambres de acero con un núcleo de fibra óptica, se utilizan en líneas de transmisión de energía eléctrica de media y alta tensión, como hilos de guardia para proteger a los conductores de fase de las descargas atmosféricas, y como medio de telecomunicación para la transmisión de información [1] [2].

Por sus características extrínsecas, las líneas aéreas de transmisión eléctrica de media y alta tensión están altamente expuestas a la acción del viento. Una de las consecuencias de esta acción, es que los cables que las constituyen vibran y oscilan como resultado de diferentes tipos de inestabilidades aerodinámicas y aeroelásticas.

Los tipos de vibraciones y oscilaciones señaladas precedentemente están asociados a la configuración de la línea, en particular de sus conductores y cables. En el caso de que ésta posea un sólo conductor por fase, o bien en el hilo de guardia, la causa fundamental de la vibración se debe al desprendimiento de vórtices y el fenómeno recibe el nombre de vibración eólica. Si la línea está formada por un haz de conductores por fase, la causa primaria de la oscilación se relaciona con el efecto de la estela vorticiosa que genera el conductor a barlovento sobre el situado a sotavento, siendo el fenómeno conocido como oscilación de subvano. Finalmente, el galloping es un tipo de fenómeno vibracional autoexcitado que se caracteriza por ser de baja frecuencia y gran amplitud, su aparición está asociada comúnmente a conductores con una formación de hielo superficial en épocas invernales.

En el caso particular de las vibraciones eólicas, siendo el fenómeno de mayor frecuencia entre los planteados, sin la debida protección, puede originar daños por fatiga, con eventuales desgastes y/o roturas en los propios cables, herrajes, aisladores y morsetería. En algunos casos, incluso pueden afectar el comportamiento estructural de las torres de soporte. Específicamente en los cables, dicho daño está vinculado a la acumulación de ciclos de fatiga por flexión alternativa, en los puntos de fijación de estos en correspondencia con la morsetería. La severidad del proceso estará asociada al nivel de tensión/deformación al que los hilos del conductor/cable se encuentren sometidos, y del número de ciclos acumulados [3] [4].

Con el fin de atenuar los efectos nocivos descriptos y prevenir probables fallos, resulta necesario reducir dentro de límites admisibles las vibraciones y oscilaciones de los conductores y cables, lo cual se puede obtener aumentando el amortiguamiento correspondiente. Esto puede lograrse de dos formas: la primera, más costosa, consiste en reducir la tensión mecánica del conductor para aumentar su amortiguamiento interno, con el consiguiente aumento

de la flecha y como consecuencia la altura de las estructuras soporte, con la consiguiente incidencia directa en el costo asociado. La otra alternativa, generalmente más económica, es dotar a los conductores y cables de guardia de absorbedores de energía.

En tal sentido para conductores simples y cables de guardia, es de uso extendido la colocación de amortiguadores tipo Stockbridge. El diseño original presentado en 1925 ha sido modificado y optimizado con el tiempo, pero mantiene el mismo principio de funcionamiento: dos masas suspendidas en los extremos de un cable trenzado, sujetadas mediante una grapa al conductor de fases o hilo de guardia. El tamaño y la forma de las pesas, así como toda la geometría del amortiguador, van a afectar el comportamiento de este y la cantidad de energía que pueden disipar a determinadas frecuencias. Por lo anterior, es común encontrar amortiguadores con diseños asimétricos que optimizan su respuesta en frecuencia y la cantidad de energía que disipan. Para el suministro de este tipo de amortiguadores, debe tenerse en cuenta el conductor de fase y el hilo de guardia seleccionado para la línea, así como las frecuencias de oscilación y las velocidades de viento típicas de la zona donde ésta se ubica. De esta forma, el estudio de amortiguamiento debe suministrar la ubicación óptima del amortiguador, la cual, en principio, es en el antinodo de la onda estacionaria. Sin embargo, dado que pueden existir varias frecuencias de oscilación, el diseño debe garantizar la efectividad en la disipación de energía en todo el rango de frecuencias. Lo anterior, puede traducirse en evitar que el amortiguador quede ubicado en un nodo ante una de las posibles frecuencias de oscilación [5].

En las últimas décadas, el Amortiguador de Vibración en Espiral (SVD, Spiral Vibration Damper) se constituyó en uno de los amortiguadores de impacto más comunes disponibles en el mercado. El SVD reduce la vibración eólica mediante la disipación de la energía de vibración al impactar el cable. Este tipo de amortiguador es extremadamente efectivo en cables de pequeño diámetro (cables OPGW), pero pierde algo de efectividad en los de mayor tamaño (conductores). Esta reducción se debe a la relación masa/frecuencia entre el amortiguador y el cable [6].

Por lo expuesto, en este trabajo se centra la atención en un sistema cable OPGW-amortiguador SVD. La eficiencia de amortiguamiento del SVD ha sido documentado para estos cables particulares utilizando mediciones de vibración de campo. En este tipo de análisis, se reducen y evalúan datos de mediciones de campo para verificar que los niveles de vibración estén por debajo de los límites de resistencia a la fatiga. Este tipo de mediciones sobre la línea son extremadamente costosas y consumen mucho tiempo. Por lo que se recomienda realizar ensayos en laboratorio para determinar la eficiencia del sistema cable OPGW-amortiguador SVD. A continuación, se discutirá la

aplicación de la técnica de laboratorio recomendada por la normativa de aplicación y la caracterización de respuesta dinámica del sistema a partir del empleo de métodos numéricos basados en la transformada de Karhunen-Loève.

2. Metodología

2.1. Arreglo experimental

Las mediciones de laboratorio de la energía disipada por los amortiguadores de vibraciones de los cables empleados en líneas de transmisión eléctrica son utilizadas por los ingenieros para validar el diseño de la línea y determinar la idoneidad de un amortiguador para su uso. Por lo tanto, se han desarrollado varios métodos diferentes para determinar las características de disipación de distintos amortiguadores disponibles. En la Norma IEEE 664-1993 [7] se describen cuatro métodos básicos de ensayo. Estos son los métodos de potencia, relación de onda estacionaria inversa (ISWR, Inverse Standing Wave Ratio), decaimiento y respuesta forzada. Estos métodos requieren una vibración sinusoidal pura para determinar con precisión la energía disipada y, por lo tanto, se han utilizado casi exclusivamente con amortiguadores del tipo Stockbridge. Los amortiguadores de tipo impacto, como el SVD, añaden un componente casi aleatorio al movimiento del cable durante la vibración, lo que dificulta el empleo de los métodos mencionados anteriormente. Por lo que se debe implementar de forma meticulosa el procedimiento de ensayo adoptado, focalizando la atención en el sistema de adquisición y procesamiento de datos. En este trabajo, se adecuó el vano del laboratorio para la ejecución del ensayo según el método ISWR. En la Figura 1 se muestra la configuración adoptada con un tramo activo de 30 metros. Los componentes

principales son las grapas de sujeción en ambos extremos, un dispositivo que mantiene constante la tensión axial del cable y un excitador electromecánico. En la prueba experimental, se reproduce el impacto de las vibraciones eólicas en el cable. Cuando la frecuencia de las fuerzas generadas por el desprendimiento de vórtices coincide con una de las frecuencias naturales de un tramo de cable, se inicia la vibración eólica. La velocidad del viento (V) que causa la vibración se relaciona con las frecuencias (f) según la relación de Strouhal (St) dada en la ecuación (1). Este número adimensional es de aproximadamente 0.185 para todos los cables típicos de líneas eléctricas [8]. Siendo las frecuencias en que existe resonancia las incluidas dentro del rango $0,18/D$ a $1,4/D$, donde D es el diámetro del cable en metros.

$$f = St \frac{V}{D} \quad (1)$$

Las vibraciones toman la forma de ondas estacionarias discretas con nodos forzados en las estructuras de soporte y nodos intermedios espaciados a intervalos a lo largo del tramo. Las frecuencias de vibración natural (f_n) de un cable tenso se calculan de forma analítica mediante la siguiente expresión:

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (2)$$

Donde:

- n : Número de bucles de ondas estacionarias en el vano (1,2, 3...).
- L : Longitud del vano [m].
- m : Masa por unidad de longitud del cable [kg/m].
- T : Tensión axial del cable [N].

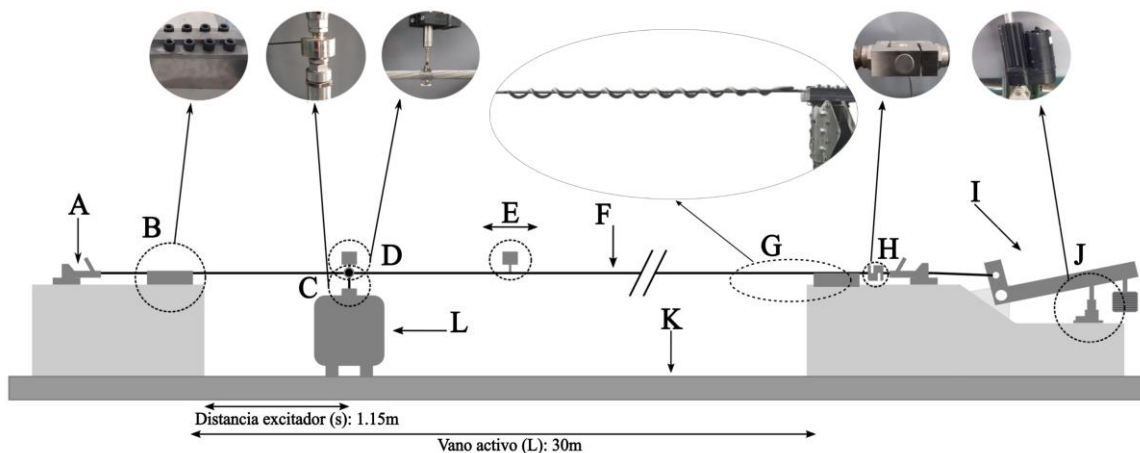


Figura 1. Layout vano de laboratorio.

Referencias: (A) Grapa de Tensión, (B) Grapa Rígida, (C) Celda de Carga (Fuerza de Excitación), (D) Sensor LVDT, (E) Acelerómetro, (F) Cable OPGW, (G) Detalle del Amortiguador SVD montado en el Cable en la proximidad de la grapa, (H) Celda de Carga Tensión Axial, (I) Dispositivo Tensión Constante, (J) Actuador Lineal Eléctrico, (K) Base de Concreto y (L) Excitador Electromecánico (*shaker*). Fuente: elaboración propia

Para realizar el ensayo de eficiencia de amortiguamiento, se deben tomar al menos diez puntos de ensayo dentro del rango de interés. En cada uno de ellos la onda en el cable debe ser estable, estacionaria y tener un mínimo de tres bucles completos. Los puntos de medida son el primer nodo y antinodo libres. En cada frecuencia se debe regular la amplitud de la excitación para que la velocidad en el antinodo sea de 200 mm/s pico - pico. Se deben medir y registrar: amplitud del nodo, amplitud del antinodo y longitud del bucle, según el esquema dado en la Figura 2.

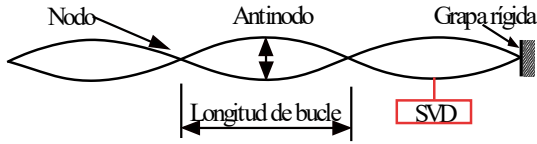


Figura 2. Localización de mediciones nodales y antinodales. Fuente: elaboración propia.

La potencia disipada por el amortiguador (P) y la eficiencia de amortiguamiento del sistema (e) vienen dadas por las siguientes ecuaciones

$$P = \sqrt{Tm} \frac{V_a^2}{2} \left(\frac{Y_n}{Y_0} \right) = ez \frac{V_a^2}{2} \quad (3)$$

$$e = \frac{Y_n}{Y_0} \quad (4)$$

Donde:

- V_a : Velocidad del antinodo.
- Y_n : Amplitud del nodo.
- Y_0 : Amplitud del antinodo.
- z : Impedancia característica del cable (\sqrt{Tm})

Un variador de frecuencia regula el excitador, permitiendo sintonizar las frecuencias resonantes del cable en el rango de interés. Se emplea una celda de carga para medir la fuerza de excitación. La disposición de la prueba es sensible a la variabilidad de la tensión axial. Para controlar esta carga dentro de un rango específico, un sistema de control en lazo cerrado se alimenta con la medición de la celda de carga para ajustar continuamente un brazo de palanca a través de un actuador lineal eléctrico. Dado que la respuesta del sistema es no lineal, no siempre es posible producir señales sinusoidales puras en resonancia. Por lo tanto, se aplicó una Transformada de Fourier a la señal para obtener la amplitud y fase del componente principal de la vibración.

2.2. Transformada de Karhunen-Loève

La transformada de Karhunen-Loève (K-L) o descomposición ortogonal propia (POD, Proper Orthogonal Decomposition) es una herramienta clave en el análisis de datos multivariantes, destacando por su capacidad para simplificar y revelar patrones en conjuntos de datos complejos. Su uso se extiende a diversas disciplinas, como ingeniería, física y economía, donde los datos multidimensionales son frecuentes [9][10][11].

El método POD comienza identificando las variables originales y su relación mediante una matriz de covarianza. La descomposición de esta matriz proporciona vectores y valores propios que indican las principales direcciones y magnitudes de variación en los datos. Proyectando los datos en el subespacio definido por los vectores propios asociados a los mayores valores propios, el POD reduce la dimensionalidad sin perder información crítica [12].

Entre sus ventajas, el POD es capaz de revelar estructuras ocultas en los datos que no son evidentes a simple vista, facilitando la identificación de patrones y la mejora de modelos predictivos. Además, la reducción de dimensionalidad mejora la eficiencia computacional y facilita el análisis y visualización de datos, permitiendo cálculos más rápidos y representaciones gráficas más claras [13]. No obstante, aunque el POD minimiza la distancia cuadrática media entre la señal original y su representación lineal reducida, su principal limitación es que solo ofrece el mejor subespacio lineal aproximado en el espacio de configuración representado por los datos. Esto puede ser una desventaja cuando los datos se encuentran en un subespacio no lineal [14].

Dado su amplio uso en dinámica estructural, es relevante proporcionar una visión general del POD aplicado al análisis de los datos experimentales de aceleración (a) que se obtienen mediante el arreglo detallado previamente.

A continuación, se desarrolla la formulación matemática del método propuesto. En primer término, se recopila una serie de *snapshots*, que son esencialmente datos de series temporales de la respuesta del sistema bajo diversas condiciones. Estas capturas instantáneas se organizan en una matriz $Y \in \mathbb{R}^{N \times n}$, donde N es el número de dimensiones espaciales y n es el número de instantáneas. Luego, la matriz obtenida se descompone empleando la técnica matemática de Descomposición en Valores Singulares (SVD, Singular Value Decomposition):

$$Y = U \Sigma V^T \quad (5)$$

Aquí, U contiene los vectores singulares izquierdos (los modos POD), ΣV^T es una matriz diagonal de valores singulares y V^T contiene los vectores singulares derechos.

La base POD se construye a partir de los vectores singulares izquierdos correspondientes a los valores singulares más grandes. Esta base captura efectivamente las características dominantes de los datos, permitiendo una representación reducida del sistema. El modelo de orden reducido se puede expresar como:

$$u_N(\mu) \approx \sum_{i=1}^r \xi_i(\mu) \chi_i(x) \quad (6)$$

Donde $u_N(\mu)$ es la solución de orden completo, $\xi_i(\mu)$ son los coeficientes y $\chi_i(x)$ son los modos espaciales derivados de la POD.

La implementación del método propuesto se llevó a cabo adaptando el paquete FDAPy, el cual se utiliza para analizar datos funcionales en Python [15].

Dado que los registros de aceleraciones poseen ruido característico asociado a este tipo de señales, el algoritmo aplicado permite suavizar las curvas en el dominio temporal a partir de la estimación de la densidad de probabilidad mediante el método de Epanechnikov [16].

2.3. Caso de estudio

El caso de estudio se centra en el proyecto de instalación de amortiguadores tipo SVD sobre el cable OPGW en una línea de transmisión de 500 kV, ubicada en el sur de la Provincia de Buenos Aires, Argentina. La propuesta contempla el reemplazo del sistema amortiguante original, compuesto por absorbedores tipo Stockbridge, debido a que los registros de vibraciones obtenidos mediante mediciones de campo excedieron los máximos recomendados. Los ensayos fueron realizados aplicando una tensión de tiro de 7,5 kN. Las características principales del cable OPGW y del amortiguador SVD se presentan en la Tabla 1.

Tabla 1. Características del sistema.

Cable OPGW	
Diámetro nominal	16,5 mm
Peso nominal	549 kg/km
Sección transversal de la armadura	134,2 mm ²
Hilos de aleación de aluminio	100,4 mm ²
Hilos de aluminio reforzado con acero	33,8 mm ²
Resistencia a la tracción máxima	73,2 kN
Resistencia a la tracción admisible	40,3 kN
Módulo de elasticidad	83 GPa
Amortiguador SVD	
Rango de diámetros	14,4-19,3 mm
Longitud	1,65 m
Peso	0,45 kg

2.4. Resultados

En este apartado se presentan los resultados obtenidos en los ensayos de laboratorio. En primera instancia, en las Figuras 3 y 4 se presentan, respectivamente, la potencia disipada por unidad de longitud de cable y la eficiencia del sistema amortiguante. Se compara el comportamiento del sistema que se pretende reemplazar (amortiguadores tipo Stockbridge) con el sistema SVD. Estos últimos mostraron una mayor capacidad de disipación de energía para todo el rango de frecuencias ensayadas. Los resultados obtenidos guardan relación con estudios comparativos similares disponibles en la literatura [17].

Es importante mencionar que los ensayos realizados tienen, per se, una incertidumbre asociada a los procedimientos de medición y a la sensibilidad de los instrumentos empleados, aspectos no tratados en las metodologías aplicadas según la normativa de referencia.

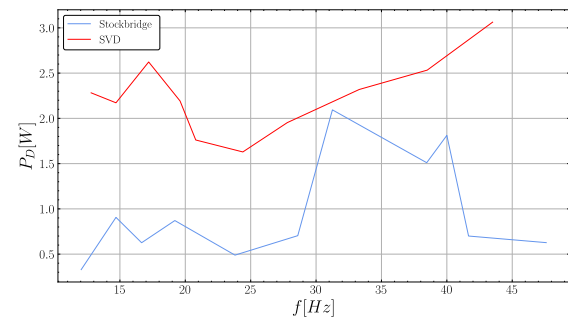


Figura 3. Potencia disipada.

Fuente: elaboración propia.

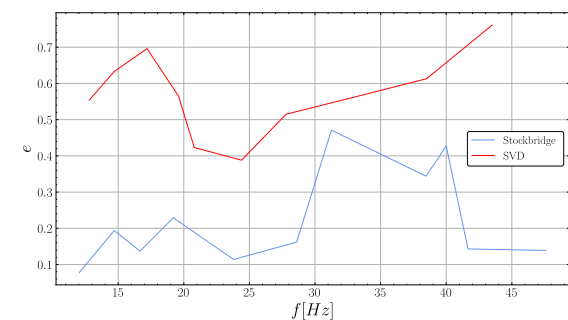


Figura 4. Eficiencia de amortiguamiento.

Fuente: elaboración propia.

En la Figura 6 se presenta el registro de vibraciones para diferentes frecuencias. En todos los casos, se comparan el patrón de aceleraciones medido, la curva suavizada y la reconstrucción obtenida mediante la aplicación de la Descomposición en Valores Propios Ortogonales (POD).

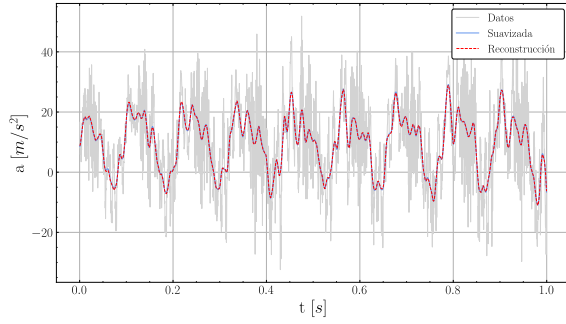
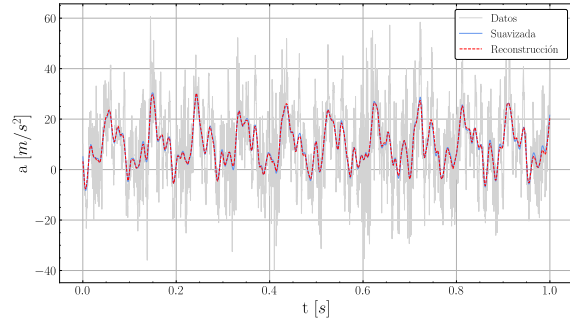
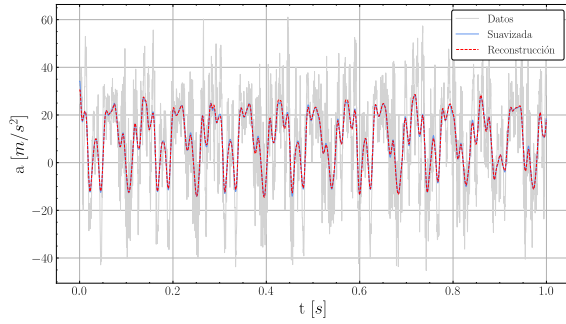
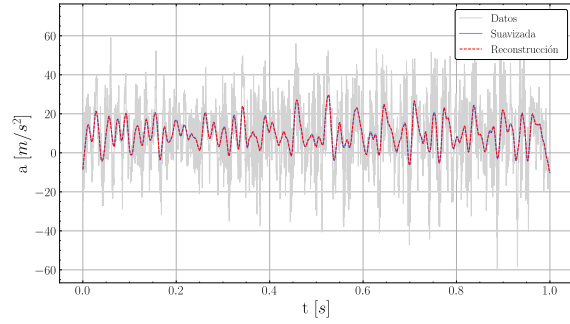
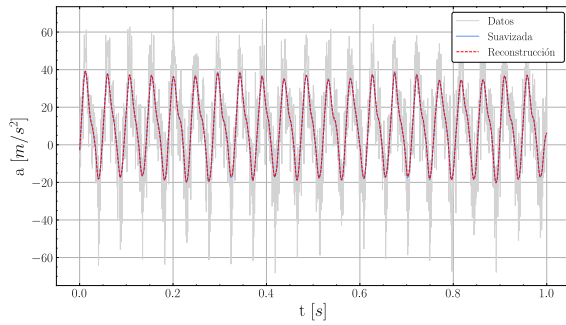
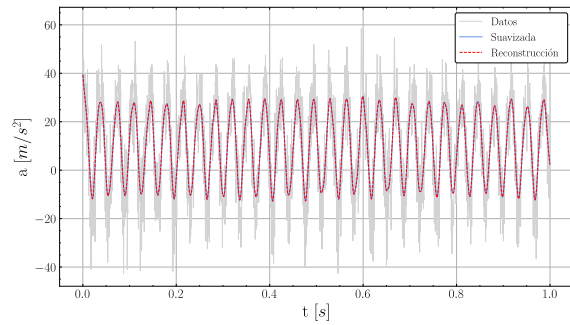
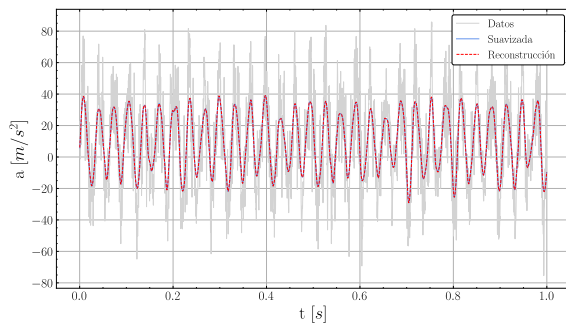
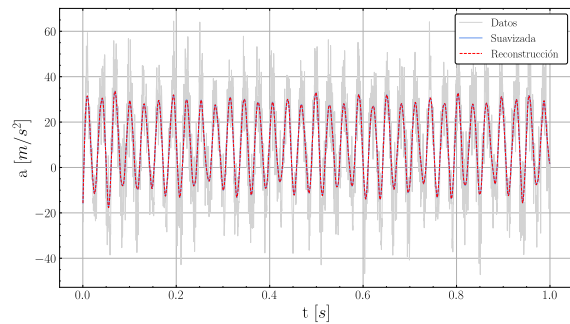
(a) $f = 8,9 \text{ Hz.}$ (b) $f = 10,6 \text{ Hz.}$ (c) $f = 13,6 \text{ Hz.}$ (d) $f = 15,3 \text{ Hz.}$ (e) $f = 19,9 \text{ Hz.}$ (f) $f = 26,5 \text{ Hz.}$ (g) $f = 30,6 \text{ Hz.}$ (h) $f = 32 \text{ Hz.}$

Figura 5. Registro de vibraciones.
Fuente: elaboración propia.

Los resultados demuestran un excelente ajuste al comportamiento real del sistema, gracias a la utilización de la base de Karhunen-Loève. Esta metodología permite una representación precisa y eficiente de la señal de aceleración. Se observa que los componentes principales de la base capturan de manera efectiva la variabilidad y las características más relevantes del sistema, lo que resulta en una minimización significativa del error cuadrático medio. Este ajuste confirma la validez del modelo y su capacidad para representar con exactitud la dinámica subyacente.

Además, el costo computacional es bajo, ya que el código requiere solo unas pocas llamadas a funciones para obtener resultados en un tiempo de cómputo aproximado de cinco minutos, utilizando el siguiente *hardware*: procesador Intel i5 11400H y 16 GB de memoria RAM DDR4 a 3200 MHz. Esta eficiencia en términos de tiempo de procesamiento y uso de recursos resalta la conveniencia del método, especialmente en aplicaciones que demandan una representación compacta y fiable de datos complejos sin un alto costo en rendimiento del sistema.

2.5. Conclusiones

En este trabajo la metodología basada en la transformada de Karhunen-Loève (K-L) se constituyó en una herramienta poderosa para el análisis y diseño de sistemas amortiguantes, ofreciendo varias ventajas clave que mejoran significativamente el análisis dinámico.

En primer lugar, la transformada K-L permitió analizar los datos experimentales directamente, lo que facilitó la modelización del sistema cable-amortiguador SVD. Dado el contexto del problema en el que las ecuaciones del sistema no están completamente definidas o son difíciles de obtener, K-L ofreció una aproximación efectiva mediante la reducción dimensional y simplificación del modelo. Esto mejora sensiblemente la capacidad para entender y predecir el comportamiento del sistema sin necesidad de un conocimiento exhaustivo de todos los parámetros y ecuaciones involucradas.

En segundo lugar, el enfoque K-L reduce los requisitos computacionales. Al utilizar un modelo reducido derivado de la transformada K-L, se disminuye la complejidad computacional necesaria para simular y analizar el sistema. Esto facilita simulaciones más rápidas y eficientes, y hace viables estudios futuros de cuantificación de incertidumbre sin un aumento proporcional en la carga computacional.

2.6. Referencias

- [1] J. Chan. "Updating the EPRI transmission line reference book: Wind-induced conductor motion". EPRI, vol. 3, no. 3, 2005.
- [2] E. Ghannoum, J. P. Chouteau, M. Miron, S. Yaacoub and K. Yoshida, "Optical ground wire for Hydro-Quebec's telecommunication network". IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 10, no. 4, pp. 1724-1730, 1995.
- [3] U. Cosmai, P. Van Dyke, L. Mazzola, J.L. Lillien, "Conductor Motions". K. Papailiou (eds) Overhead Lines. CIGRE Green Books. Springer, Cham, 2017.
- [4] K.O. Papailiou. "Overhead Lines. Springer Handbook of Power Systems". Springer Handbooks, 2021.
- [5] Z. Wang, H. N. Li, and G. Song. "Aeolian Vibration Control of Power Transmission Line Using Stockbridge Type Dampers - A Review". International Journal of Structural Stability and Dynamics, vol. 21, no. 1, pp. 1-29, 2021.
- [6] D. C. Sunkle, J. J. Olenik and M. D. Fullerman, "Determination of damping effectiveness of impact damper on ADSS cable", IEEE 9th International Conference on Transmission and Distribution Construction, Operation and Live-Line Maintenance Proceedings. ESMO 2000 Proceedings. The Pow, Montreal, QC, Canada, pp. 195-201, 2000.
- [7] IEEE Std 664-1993, "IEEE Guide for Laboratory Measurement of the Power Dissipation Characteristics of Aeolian Vibration Dampers for Single Conductors", pp.1-24, 1993.
- [8] G. Diana, "Modelling of Vibrations of Overhead Line Conductors". CIGRE Green Books, Springer, 2018.
- [9] G. Kerschen, J.C. Golinval, Vakakis A.F., and L.A. Bergman. "The method of proper orthogonal decomposition for dynamical characterization and order reduction of mechanical systems: an overview". Nonlinear Dynamics, 41, pp.147-169, 2005.
- [10] W.Z. Lin, H.P. Lee, P. Lu, S.P. Lim, and Y.C. Liang. "The relationship between eigenfunctions of Karhunen-Loève decomposition and the modes of distributed parameter vibration system". Journal of Sound and Vibration, 256, pp. 791-799, 2002.

- [11] C. Wolter, M. A. Trindade, and R. Sampaio. “Obtaining mode shapes through the Karhunen-Loève expansion for distributed-parameter linear systems”. *Shock and Vibration*, 9(4-5 SPEC.), pp.177–192, 2002.
- [12] S. Bellizzi and R. Sampaio. “POMs analysis of randomly vibrating systems obtained from Karhunen-Loève expansion”. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 297, no. 3, p-p. 774-793, 2006.
- [13] S. Golovkine. “Statistical methods for multivariate functional Data”. Thèse de doctorat dirigée par Patilea, Valentin et Klutchnikoff, Nicolas Mathématiques et leur Interactions Rennes, École Nationale de la Statistique et de l'Analyse de l'Information, 2021.
- [14] B. F. Feeny, Y. Liang. “Interpreting proper orthogonal modes in randomly excited vibration systems”. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 265, no. 5, p.p. 953– 966, 2003.
- [15] S. Golovkine. “FDAPy: a Python package for functional data”. *arXiv:2101.11003*, 2021.
- [16] T. Hastie, R. Tibshirani, R. and J. Friedman. “The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction”. Second Edition, Springer Series in Statistics, 2009.
- [17] P., Dulhunty. “Spiral Vibrations Dampers on AAC and AAAC Conductors”. 22nd International Conference on Electricity Distribution, Stockholm, 2013.