

Estudio experimental del comportamiento de tubos cuadrados y rectangulares simples y tubos reforzados con acero soldado bajo flexión de tres puntos

Wilfredo Bullón-Carhuallanqui¹, Daniel Lavayen-Farfán¹, Gustavo Neira-Alatrística¹, Mirko del Piero Flores-Sánchez¹, Jorge Llimpe-Rojas¹, Carlos Fosca-Pastor, Jorge Rodríguez-Hernández¹

¹Grupo de Investigación Applied Mechanics, Machines and Mechanisms. Departamento Académico de Ingeniería. Pontificia Universidad Católica del Perú, San Miguel, Lima 15088, Perú. Email: wilfredo.bullon@pucp.edu.pe, dlavayen@pucp.edu.pe, gustavo.neira@pucp.edu.pe, mirko.flores@pucp.edu.pe, jllimper@pucp.edu.pe, cfosca@pucp.edu.pe, crodrig@pucp.edu.pe

Resumen

Los tubos de pared delgada se utilizan en estructuras vehiculares, como jaulas antivuelco, para proteger a los pasajeros durante accidentes y colisiones, y disipar la energía del impacto en forma de deformación plástica y colapso parcial de la estructura. Por este motivo, se busca reforzar localmente los tubos estructurales y mejorar su respuesta durante el colapso, sin elevar significativamente su peso. En este estudio, se explora la posibilidad de emplear refuerzos de acero soldados en tubos estructurales y evaluar su influencia en la resistencia y absorción de energía. Para comprobar la suficiencia de los tubos reforzados, se evalúan experimentalmente distintas opciones de refuerzo mediante ensayos de flexión a tres puntos. La comparación de los resultados experimentales entre los tubos sin refuerzo y los tubos con refuerzos soldados revelan una mejora del comportamiento al colapso, se logra hasta 119% aproximadamente respecto a la energía absorbida y hasta 84% aproximadamente respecto al momento máximo, gracias a los refuerzos.

Palabras clave: Estructuras de vehículos, incremento de resistencia, refuerzos soldados, colapso por flexión

Abstract

Thin-walled tubes are used in vehicular structures, such as roll cages, to protect passengers during accidents and collisions. They dissipate impact energy through plastic deformation and partial collapse of the structure. For this reason, local reinforcement of structural tubes is sought to improve their collapse response without significantly increasing weight. In this study, the possibility of using welded steel reinforcements in structural tubes is explored, evaluating their influence on strength and energy absorption. To assess the sufficiency of reinforced tubes, various reinforcement options are experimentally evaluated using three-point bending tests. The comparison of the experimental results between the unreinforced tubes and the tubes with welded reinforcements reveals an improvement in collapse behaviour, achieved up to approximately 119% with respect to the absorbed energy and up to approximately 84% with respect to the maximum moment, due to these reinforcements.

Keywords: vehicle structures, enhanced crashworthiness, welded reinforcements, bending collapse

1. Introducción

El colapso por flexión es un mecanismo de falla que puede aparecer en estructuras de pared delgada sometidas a cargas elevadas de flexión [1]. La importancia de este fenómeno radica en que el proceso de colapso implica grandes deformaciones plásticas de manera localizada [2], [3], [4]. En el contexto de estructuras ligeras, especialmente para la industria vehicular, este fenómeno es de particular interés e importancia, ya que se puede emplear para disipar la energía asociada a un impacto, reduciendo la probabilidad de que los pasajeros de un vehículo sufran daños físicos por el impacto, o sean aplastados por la

estructura deformada; es decir, se emplea la capacidad de carga total del material [5].

Para la construcción de estructuras de protección de vuelco (ROPS por sus siglas en inglés), estructuras de protección de caída de objetos (FOPS por sus siglas en inglés), y superestructuras de autobuses, se suelen emplear tubos estructurales de acero, soldados entre sí. El uso de estos materiales tubulares se da por su buena relación resistencia/peso, así como su disponibilidad en casi todos los mercados. En estos elementos, el colapso por flexión es aprovechado para disipar la energía cinética de impactos durante eventos de vuelco. Por lo tanto, es de vital importancia para los fabricantes tener un dimensionamiento adecuado de los tubos

estructurales para que puedan ser aprovechados para disipación de energía como deformación plástica. El comportamiento del colapso ya ha sido ampliamente estudiado por diversos autores [1], [2], [3], [4], [6], [7], [8], y se suele estudiar a través de una curva característica: momento flector – ángulo de flexión. En dicha curva, la resistencia del tubo está dado por el momento flector máximo que puede soportar el tubo, y la capacidad de disipación de energía está dada por el área bajo la curva. La curva característica depende tanto de las propiedades mecánicas como de las dimensiones del tubo empleado. Esto quiere decir, que si se modifican las dimensiones; por ejemplo, se aumenta el espesor, tanto la resistencia como la capacidad de disipación de energía crecerán.

Sin embargo, en diseños con restricciones de peso, tales como los aplicados a la industria vehicular e aeroespacial, no es posible simplemente incrementar dimensiones para mejorar la resistencia. Por este motivo, se han explorado una serie de alternativas que puedan ofrecer un incremento de resistencia sin un incremento significativo de peso. Algunas de estas alternativas consisten en:

- Foams o espumas al interior del tubo, de manera que retrasen el inicio de colapso [9], [10], [11].
- Uso de tubos multicelda en lugar de tubos rectangulares “simples” [12], [13], de manera que actúen como múltiples tubos juntos.
- Recubrimiento de los tubos con materiales compuestos tales como fibra de carbono o fibra de vidrio [7], [14], [15], [16], [17].

Si bien estos refuerzos han demostrado tener muy buenos resultados, presentan ciertas dificultades tecnológicas:

- Reemplazo total de un tubo por un tubo relleno o por un tubo multicelda, lo cual puede encarecer un vehículo nuevo o hacer que reforzar uno existente sea más complicado.
- Implementar refuerzos de materiales compuestos requiere adquisición de equipo especial por parte de los fabricantes, así como modificaciones en las líneas de producción para tomar en cuenta el tiempo de curado.

Dado que la soldadura ya es ampliamente empleada en la fabricación de estructuras vehiculares, y no requiere de un tiempo de curado como sí lo requieren los materiales compuestos, se plantea emplear refuerzos soldados en tubos estructurales, de manera que el espesor efectivo del tubo crezca en una zona determinada. Sin embargo, no toda la longitud de un tubo debe ser reforzada, solamente la que está sometida a las mayores cargas internas (momento flector), por lo que se plantea evaluar distintas longitudes de refuerzo. En este trabajo, se presenta un estudio experimental

donde se exploran las mejoras que pueden presentar refuerzos soldados en tubos cuadrados y rectangulares de distintas longitudes. De esta manera, se ofrece una alternativa a refuerzos con materiales compuestos, que pueda ser implementada rápidamente, sin necesidad de procedimientos especiales ni tiempos largos de curado.

2. Metodología

La fase experimental del trabajo consiste en: preparación de los tubos, preparación de los refuerzos, soldadura de los refuerzos a los tubos, montaje en la máquina de ensayo y ensayo de las probetas.

2.1. Materiales y características de las probetas

Las probetas se fabrican a partir de tubos cuadrados y tubos rectangulares, de acero ASTM A500, las dimensiones se especifican en la Tabla 1.

Tabla 1. Tipos de tubos utilizados para las probetas

Tubo	Dimensiones (mm)
Cuadrado	40x40x2
Rectangular	60x40x2

Los refuerzos son planchas de acero ASTM A500 rectangulares de 100 x 40 mm, 150 x 40 mm, 300 x 40 mm y espesor de 2 mm. En la Tabla 2 se detalla como son los refuerzos para cada tipo de probeta.

Tabla 2. Tipos de probetas utilizadas

Tipo	Tubo	Refuerzo
1	Cuadrado	Ninguno
2	Cuadrado	100 x 40 mm, superior e inferior
3	Cuadrado	100 x 40 mm, laterales
4	Cuadrado	150 x 40 mm, superior e inferior
5	Cuadrado	150 x 40 mm, laterales
6	Cuadrado	300 x 40 mm, superior e inferior
7	Cuadrado	300 x 40 mm, laterales
8	Rectangular	Ninguno
9	Rectangular	100 x 40 mm, superior e inferior
10	Rectangular	100 x 40 mm, laterales
11	Rectangular	150 x 40 mm, superior e inferior

12	Rectangular	150 x 40 mm, laterales
13	Rectangular	300 x 40 mm, superior e inferior
14	Rectangular	300 x 40 mm, laterales

2.2. Preparación de las probetas

Los refuerzos se sueldan a los tubos cuadrados y rectangulares, mediante soldadura láser. Se eligió el soldeo por soldadura láser debido a que la soldadura láser tiene mayor precisión y calidad de soldadura para espesores pequeños. En la Figura 1, se muestra una probeta de tubo cuadrado con refuerzos de 100 x 40 mm, superior e inferior; en la Figura 2 se muestra una probeta de tubo cuadrado con refuerzos de 100 x 40 mm, laterales. Se exploran ambos tipos de refuerzos ya que investigaciones previas con refuerzos con materiales compuestos demostraron que reforzar las caras laterales puede ofrecer también un gran incremento de resistencia, ya que esas son las zonas que sufren mayores deformaciones plásticas [7].

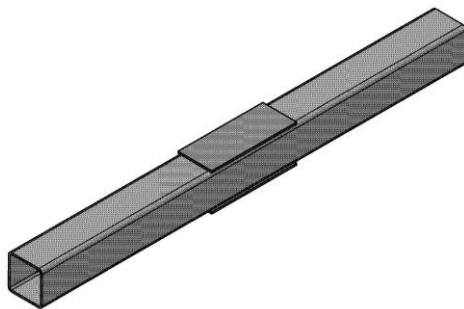


Figura 1. Probeta fabricada con tubo cuadrado y refuerzos superior e inferior de 100 x 40 mm.

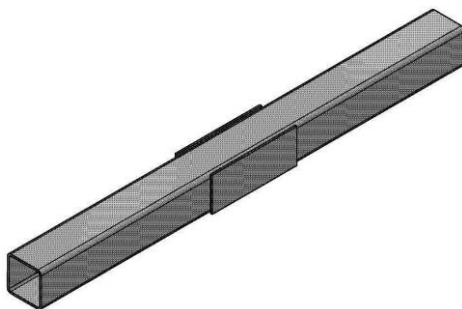


Figura 2. Probeta fabricada con tubo cuadrado y refuerzos laterales de 100 x 40 mm.

2.3. Preparación para el ensayo

Cada una de las probetas se monta en la máquina de ensayos, sobre un puente de flexión, ver Figura 3. La distancia entre los puntos de apoyo es de 400 mm para

todos los ensayos. Se verifica que el indentador o aplicador de fuerza (elemento central) este exactamente posicionado a la mitad de la probeta, ver Figura 4; por lo tanto, la fuerza es aplicada en el punto medio de la probeta a ensayar, y por lo tanto, la zona más cargada se encuentre justo al medio.



Figura 3. Probeta sobre el puente de flexión, en la máquina de ensayo.

2.4. Ensayo de probetas

La fuerza se aplica de forma gradual. La velocidad del ensayo es de 1 mm/s. El ensayo culmina luego de que la probeta colapsa y el aplicador de fuerza ha avanzado aproximadamente 100 mm. Se han ensayado 14 tipos de probetas, agrupadas en 2 grupos: probetas de tubos cuadrados y probetas de tubos rectangulares. En la Figura 4 y la Figura 5 se muestran los esquemas de cómo se cargan a las probetas de tubo cuadrado y tubo rectangular respectivamente.

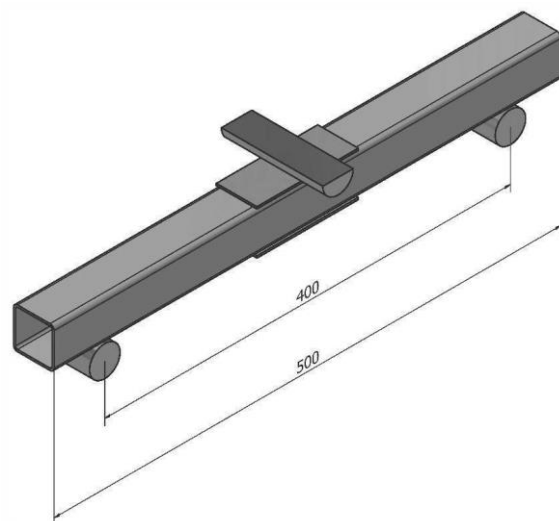


Figura 4. Esquema del ensayo de una probeta de tubo cuadrado con refuerzos superior e inferior.

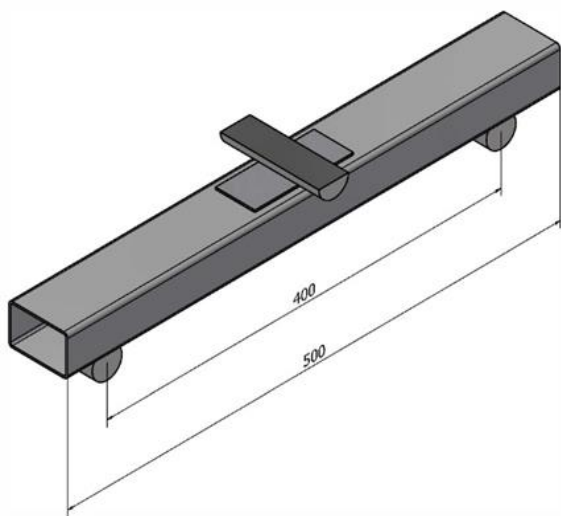


Figura 5. Esquema del ensayo de una probeta de tubo rectangular con refuerzos superior e inferior.

3. Análisis de resultados

Al realizar los ensayos, se obtuvieron mediciones de fuerza y desplazamiento del cabezal de la máquina. Sin embargo, estos resultados son dependientes de la longitud entre apoyos de la probeta, por lo que deben convertirse a momento flector – ángulo de flexión. La principal forma de abordar el comportamiento de colapso es a través de una curva momento flector vs ángulo de flexión para la bisagra plástica que se forma en el componente bajo carga de flexión [4].

3.1. Energía de deformación

La energía de deformación absorbida (u) por la probeta durante el ensayo es el área bajo la curva fuerza vs. desplazamiento del cabezal de la máquina, es decir, se utiliza la Ec. (1).

$$u = \int M d\theta \quad (1)$$

Donde M es el momento flector y $d\theta$ es un diferencial de ángulo de flexión.

3.2. Momento máximo

El momento máximo alcanzado que se considera para el análisis es el momento que se genera cuando la probeta empieza a colapsar; el valor se obtiene de la curva momento vs ángulo. En base a los resultados medidos de la máquina, se puede obtener el momento como se muestra en la Ec. (2).

$$M = \frac{Fl}{4} \quad (2)$$

Donde F es la fuerza medida por la máquina y l es la longitud entre apoyos de la probeta.

3.3. Ángulo de flexión

El ángulo de flexión es el ángulo que se genera entre la distancia entre apoyos y la deflexión del punto medio, y se considera hasta que el ángulo de flexión en la probeta ensayada sea como máximo 30° , aproximadamente 0,52 radianes. Cuando el ángulo llega a 30° la probeta ya se encuentra completamente en la etapa de colapso. Si bien existe un comportamiento distinto adicional luego de la zona de colapso [4], en el contexto de uso estos tubos como componentes estructurales para salvaguardar la vida humana, trabajar con grandes ángulos de flexión no tiene sentido, para que la estructura cumpla con normas como la Regulación 66 [18], el ángulo de flexión máximo en los tubos suele estar entre 20° y 26° [19], [20], [21], [22].

Este ángulo (θ) se puede obtener en base a la Ec. (3).

$$\theta = 2 \left(\frac{2\delta}{l} \right) \quad (3)$$

Donde δ es desplazamiento del aplicador de fuerza y l es la longitud entre apoyos.

3.4. Probetas cuadradas, sin refuerzo y con refuerzos superior e inferior

La Figura 6 muestra curvas de momento vs. ángulo de flexión de las probetas cuadradas con los tres tipos de refuerzo (100×40 mm, 150×40 mm, 300×40 mm) superior e inferior.

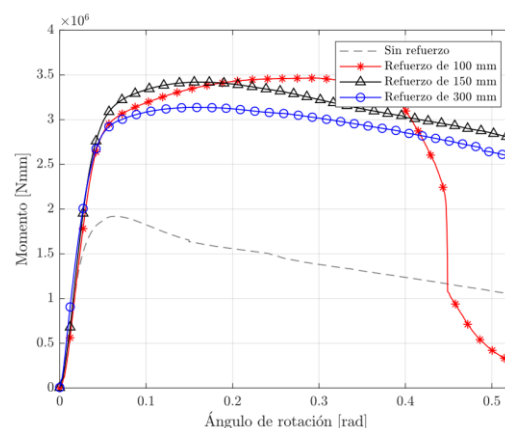


Figura 6. Momento flector vs. ángulo de flexión de tubos cuadrados con refuerzos superior e inferior y sin refuerzos.

La curva de la probeta sin refuerzo se encuentra por debajo de las curvas de las probetas con refuerzos.

3.5. Probetas cuadradas, sin refuerzo y con refuerzos laterales

La Figura 7 muestra curvas de momento flector vs. ángulo de flexión de las probetas cuadradas con los tres tipos de refuerzo (100 x 40 mm, 150 x 40 mm, 300 x 40 mm) laterales.

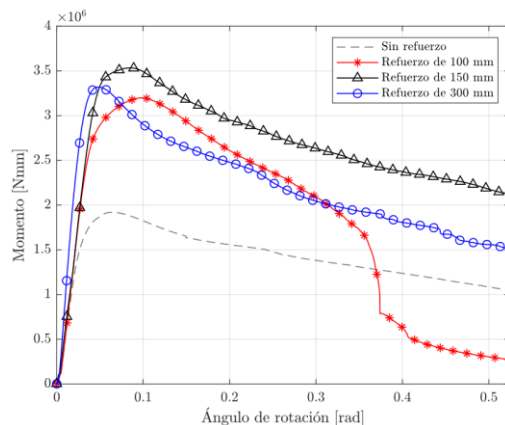


Figura 7. Momento flector vs. ángulo de flexión de tubos cuadrados con refuerzos laterales y sin refuerzos.

La curva de la probeta sin refuerzos se encuentra por debajo de las curvas de las probetas con refuerzos.

3.6. Energía de deformación para probetas de tubo cuadrado

En la Tabla 3 se muestra la energía absorbida y el momento máximo de cada probeta durante el ensayo.

Tabla 3. Energía absorbida y momento máximo, probetas de tubo cuadrado

Probeta	Energía (kJ)	Momento (N.m)
1	741,23	1919,61
2	962,87	3198,29
3	1418,25	3465,16
4	1390,23	3533,35
5	1588,18	3419,50
6	1155,24	3320,06
7	1485,70	3137,15

La probeta sin refuerzos es la que menor energía (741,23 kJ) absorbe y menor momento soporta (1919,61 N.m). La probeta que mejor comportamiento presenta en cuanto a energía absorbida es la probeta 5, con refuerzos 150 x 40 mm. laterales, absorbe 114 % veces más de energía que la probeta sin refuerzos. La probeta que mejor comportamiento presenta en cuanto a momento máximo alcanzado es la probeta 4, con

refuerzos 150 x 40 mm. superior e inferior, soporta 84 % más que la probeta sin refuerzos. Además, es importante resaltar que los valores de energía absorbida y momento máximo son similares para las probetas con refuerzos.

En la Figura 8 se puede apreciar la probeta de tubo cuadrado con refuerzos (150 x 40 mm) superior e inferior, colapsada.

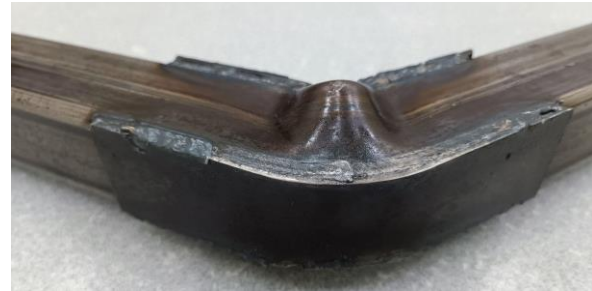


Figura 8. Probeta 4 de tubo cuadrado con refuerzos 150 x 40 mm, superior e inferior.

En la Figura 9 se puede apreciar la probeta de tubo cuadrado con refuerzos (150 x 40 mm) laterales, colapsada.



Figura 9. Probeta 5 de tubo cuadrado con refuerzos 150 x 40 mm, laterales.

3.7. Probetas rectangulares, con refuerzos superior e inferior y sin refuerzo

La Figura 10 muestra curvas de momento flector vs. ángulo de flexión de las probetas rectangulares con los tres tipos de refuerzo (100 x 40 mm, 150 x 40 mm, 300 x 40 mm) superior e inferior.

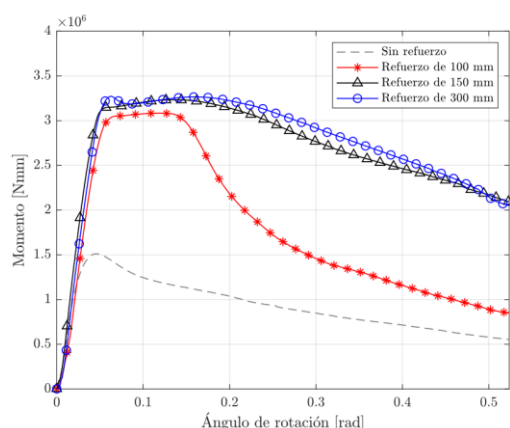


Figura 10. Momento flector vs. ángulo de flexión de tubos rectangulares con refuerzos superior e inferior y sin refuerzos.

La curva de la probeta sin refuerzos se encuentra por debajo de las curvas de las probetas con refuerzos. Las probetas con refuerzos de 150 x 40 mm y 300 x 40 mm presentan un mejor comportamiento.

3.8. Probetas rectangulares, con refuerzos laterales y sin refuerzo

La Figura 11 muestra curvas de momento flector vs. ángulo de flexión de las probetas rectangulares con los tres tipos de refuerzo (100 x 40 mm, 150 x 40 mm, 300 x 40 mm) laterales.

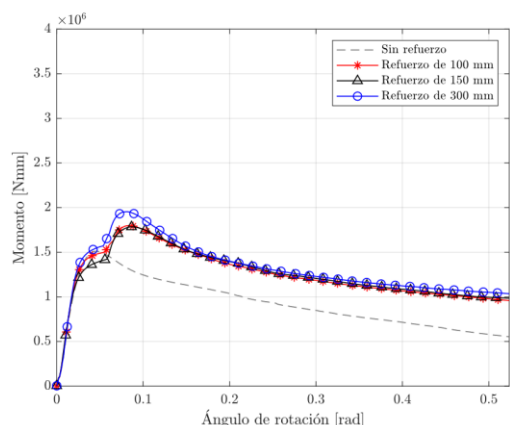


Figura 11. Momento flector vs. ángulo de flexión de tubos rectangulares con refuerzos laterales y sin refuerzos.

La curva de la probeta sin refuerzos se encuentra por debajo de las curvas de las probetas con refuerzos.

3.9. Energía de deformación

En la Tabla 4 se muestra la energía absorbida y el momento máximo de cada probeta durante el ensayo.

Tabla 4. Energía absorbida y momento máximo, probetas de tubo rectangular

Probeta	Energía (kJ)	Momento (N.m)
8	654,33	1798,73
9	928,91	3082,72
10	482,48	1511,43
11	1402,21	3233,79
12	657,55	1784,03
13	1430,64	3272,31
14	686,31	1954,49

La probeta sin refuerzos es la que menor energía (654,33 kJ) absorbe. La probeta 12 con refuerzos 150 x 40 mm, laterales es la que menor momento soporta (1919,61 N.m), con menos de 1% de diferencia con la probeta sin refuerzos. La probeta que mejor comportamiento presenta en cuanto a energía absorbida es la probeta 13, con refuerzos de 300 x 40 mm. superior e inferior, absorbe 119 % más que la probeta sin refuerzos. La probeta 13 es la que mejor comportamiento presenta en cuanto a momento máximo alcanzado, soporta 82 % más que la probeta sin refuerzos.

En la Figura 12 se puede apreciar la probeta de tubo rectangular con refuerzos (150 x 40 mm) superior e inferior, colapsada.



Figura 12. Probeta 12 de tubo rectangular con refuerzos 150 x 40 mm, superior e inferior.

En la Figura 13 se puede apreciar la probeta de tubo rectangular con refuerzos (150 x 40 mm) laterales, colapsada.



Figura 13. Probeta 11 de tubo rectangular con refuerzos 150 x 40 mm, laterales.

En la Figura 14, se puede apreciar que para las probetas de tubos cuadrados con refuerzos superior e inferior, hay una tendencia a absorber más energía a medida que los refuerzos aumentan de tamaño, esto se cumple

hasta los refuerzos de longitud 150 mm, luego la absorción de energía decrece con los refuerzos de longitud 300 mm.; por otro lado, para las probetas de tubos cuadrados con refuerzos laterales, no hay una tendencia clara con respecto a la relación entre la energía absorbida y la longitud de los refuerzos.

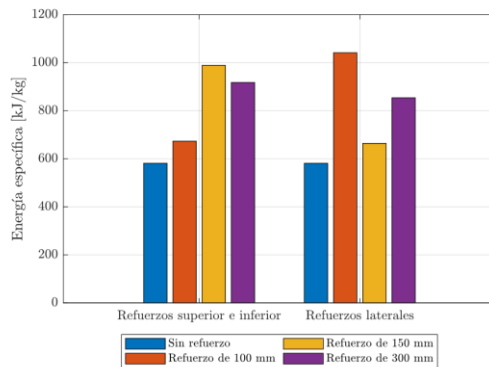


Figura 14. Energía específica absorbida según el tipo de refuerzo para probetas cuadradas

En la Figura 15, se puede apreciar que para las probetas de tubos rectangulares con refuerzos superior e inferior, no hay una tendencia clara con respecto a la relación entre la energía absorbida y la longitud de los refuerzos; por otro lado, se puede apreciar que para las probetas de tubos rectangulares con refuerzos laterales, hay una tendencia a absorber más energía a medida que los refuerzos aumentan de tamaño, esto se cumple hasta los refuerzos de longitud 150 mm, luego la absorción de energía decrece con los refuerzos de longitud 300 mm.

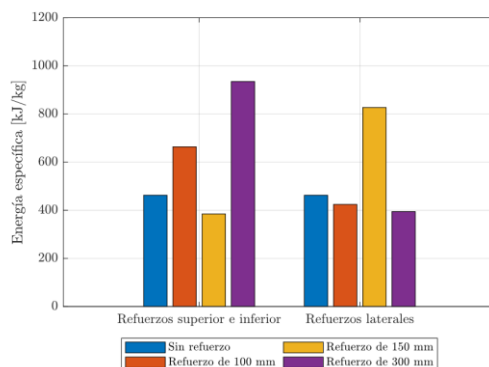


Figura 15. Energía específica absorbida según el tipo de refuerzo para probetas rectangulares

Las probetas de tubo cuadrado con refuerzos laterales, tienen un mejor comportamiento al colapso que las probetas de tubo cuadrado con refuerzos superior e inferior. La probeta con refuerzos laterales de 100 mm de longitud absorbe 47% más de energía que la probeta con refuerzos superior e inferior de 100 mm de longitud. La probeta con refuerzos laterales de 150 mm

de longitud absorbe 14% más de energía que la probeta con refuerzos superior e inferior de 150 mm de longitud. La probeta con refuerzos laterales de 300 mm de longitud absorbe 29% más de energía que la probeta con refuerzos superior e inferior de 300 mm de longitud.

Las probetas de tubo rectangular con refuerzos superior e inferior, tienen un mejor comportamiento al colapso que las probetas de tubo rectangular con refuerzos laterales. La probeta con refuerzos superior e inferior de 100 mm absorbe 93% más de energía que la probeta con refuerzos laterales de 100 mm de longitud. La probeta con refuerzos superior e inferior de 150 mm absorbe 113% más de energía que la probeta con refuerzos laterales de 150 mm de longitud. La probeta con refuerzos superior e inferior de 300 mm absorbe 108% más de energía que la probeta con refuerzos laterales de 300 mm de longitud.

4. Conclusiones

En base a los resultados encontrados, se puede plantear las siguientes conclusiones:

- Las probetas (de tubo cuadrado y tubo rectangular) con refuerzos tienen un mejor comportamiento (absorción de energía y momento máximo que soportan) al colapso en comparación a las probetas (de tubo cuadrado y tubo rectangular) sin refuerzos, con todas las longitudes de refuerzo
- Las probetas de tubo cuadrado con refuerzos laterales tienen un mejor comportamiento en cuanto a energía absorbida que las probetas de tubo cuadrado con refuerzos superior e inferior. El comportamiento en cuanto a momento máximo es variable, no hay una tendencia clara. Esta diferencia en la energía absorbida se puede explicar dado que son justamente las paredes laterales en las que se produce la mayor disipación de energía, al producirse ahí el abultamiento claro y característico del colapso por flexión (ver Figuras 8 y 9).
- Las probetas de tubo rectangular con refuerzos superior e inferior tienen un mejor comportamiento en cuanto a energía absorbida que las probetas de tubo rectangular con refuerzos laterales. El comportamiento en cuanto a momento máximo soportado tiene la misma tendencia. En contraste al caso anterior (tubos cuadrados), la tendencia es opuesta, esta variación en comportamiento se puede explicar con la diferencia de longitudes en los lados del tubo rectangular. Al ser los lados superior e inferior más grandes que los

laterales, estos absorben más energía, a pesar de los refuerzos.

- En las probetas de tubo rectangular, la tendencia en cuanto a mejora del comportamiento (absorción de energía y momento máximo que soportan) al colapso es proporcional a la longitud del refuerzo, a mayor longitud, mejor comportamiento. Se encuentra en fase de desarrollo determinar la longitud óptima de refuerzo. En las probetas de tubo cuadrado esta tendencia no es del todo clara, se deben hacer más ensayos, para descartar posibles problemas con la soldadura y métodos de unión.
- La mejora del comportamiento al colapso, en algunas probetas es mayor al 119% respecto a la energía absorbida y mayor al 84% respecto al momento máximo que soporta, una mejora bastante significativa y superior a las obtenidas con refuerzos hechos con materiales compuestos.
- Si se comparan los términos de energía disipada por unidad de masa (Figuras 14 y 15), se puede apreciar que para distintos tipos de geometrías (cuadrado y rectangular) y refuerzos (laterales o superior/inferior) existen una longitud que maximiza la energía absorbida por unidad de masa. Es decir, colocar refuerzos de mayor longitud a esta longitud crítica no garantiza que todo el material trabajará de manera eficiente. Si bien se requiere un estudio paramétrico teórico o numérico para garantizar la existencia de esta longitud, los resultados experimentales obtenidos ofrecen luces importantes en la influencia de la longitud del refuerzo y posibles recomendaciones constructivas para los fabricantes de estos tipos de estructuras.

5. Agradecimientos

Esta investigación fue desarrollada gracias a los fondos del Vicerrectorado de Investigación de la Pontificia Universidad Católica del Perú, en el marco del proyecto PI0989 “Mejorando la seguridad en carreteras: Investigación y desarrollo de juntas y refuerzos multimateriales localizados para incrementar la resistencia al impacto en estructuras vehiculares”. Los ensayos se realizaron gracias al apoyo del Centro de Innovación Tecnológica Privado CITE Materiales, perteneciente a la sección Mecánica de la facultad de Ciencias e Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica del Perú.

6. Referencias

- [1] D. Lavayen-Farfan, M. J. L. Boada, and J. A. Rodríguez-Hernández, “Bending collapse analysis for thin and medium-thin-walled square and rectangular hollow shapes,” *Thin-Walled Structures*, vol. 165, p. 107934, Aug. 2021, doi: 10.1016/j.tws.2021.107934.
- [2] D. Rincón-Dávila, E. Alcalá, and Á. Martín, “Theoretical-experimental study of the bending behavior of thin-walled rectangular tubes,” *Thin-Walled Structures*, vol. 173, no. January, p. 109009, 2022, doi: 10.1016/j.tws.2022.109009.
- [3] Z. Huang and X. Zhang, “Three-point bending collapse of thin-walled rectangular beams,” *Int J Mech Sci*, vol. 144, no. April, pp. 461–479, 2018, doi: 10.1016/j.ijmecsci.2018.06.001.
- [4] D. Kecman, “Bending collapse of rectangular and square section tubes,” *Int J Mech Sci*, vol. 25, no. 9–10, pp. 623–636, Jan. 1983, doi: 10.1016/0020-7403(83)90072-3.
- [5] B. Klein, *Leichtbau-Konstruktion: Berechnungsgrundlagen und Gestaltung*, 10th ed. Wiesbaden: Springer, 2013.
- [6] T. H. Kim and S. R. Reid, “Bending collapse of thin-walled rectangular section columns,” *Comput Struct*, vol. 79, no. 20–21, pp. 1897–1911, 2001, doi: 10.1016/S0045-7949(01)00089-X.
- [7] D. Lavayen-Farfan, J. A. Butenegro-García, M. J. L. Boada, M. A. Martínez-Casanova, and J. A. Rodríguez-Hernández, “Theoretical and experimental study of the bending collapse of partially reinforced CFRP-Steel square tubes,” *Thin-Walled Structures*, vol. 177, p. 109457, Aug. 2022, doi: 10.1016/j.tws.2022.109457.
- [8] D. Lavayen-Farfan, J. Yarasca-Huanacune, J. García-Butenegro, M. J. López-Boada, and J. A. Rodríguez-Hernández, “On the bending collapse behavior of rectangular hollow steel shapes of various thicknesses,” in *Engineering for a Changing World - 60th Ilmenau Scientific Colloquium*, 2023. doi: 10.22032/dbt.58891.
- [9] S. P. Santosa, T. Wierzbicki, A. G. Hanssen, and M. Langseth, “Experimental and numerical studies of foam-filled sections,” *Int J Impact Eng*, vol. 24, no. 5, pp. 509–534, 2000, doi: 10.1016/S0734-743X(99)00036-6.
- [10] S. P. Santosa, J. Banhart, and T. Wierzbicki, “Bending Crush Resistance of Partially Foam-Filled Sections,” *Adv Eng Mater*, vol. 2, no. 4, pp. 223–227, 2000.
- [11] S. Ruiz, P. Cruz, B. Sorita, and H. Vida, “New Optimized Bus Structure to Improve the Roll-Over Test (ECE-R66) Using Structural Foam with High Strength Steel,” in *SAE Technical Papers*, Jan. 2009. doi: 10.4271/2009-26-0003.
- [12] X. Fu and X. Zhang, “Theoretical study on the bending collapse of multi-cell thin-walled rectangular beams,” *Thin-Walled Structures*,

December 2020, p. 104190, 2021, doi:
10.1016/j.euromechsol.2020.104190.

- vol. 191, Oct. 2023, doi:
10.1016/j.tws.2023.110985.
- [13] Z. Y. Xie, Z. X. Zhao, and C. Li, "Bending crashworthiness of thin-walled square tubes with multi-cell and double-tube cross-sections," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 35, no. 11, pp. 4815–4823, 2021, doi: 10.1007/s12206-021-1001-6.
 - [14] R. D. Hussein, D. Ruan, G. Lu, and R. Thomson, "An energy dissipating mechanism for crushing square aluminium/CFRP tubes," *Compos Struct*, vol. 183, no. 1, pp. 643–653, 2018, doi: 10.1016/j.compstruct.2017.08.033.
 - [15] S. Y. Kim *et al.*, "Energy absorption characteristics of aluminium/CFRP hybrid beam under impact loading," *International Journal of Crashworthiness*, vol. 22, no. 2, pp. 190–201, 2017, doi: 10.1080/13588265.2016.1243637.
 - [16] H. C. Kim, D. K. Shin, and J. J. Lee, "Characteristics of aluminum/CFRP short square hollow section beam under transverse quasi-static loading," *Compos B Eng*, vol. 51, pp. 345–358, 2013, doi: 10.1016/j.compositesb.2013.03.020.
 - [17] Z. Huang, X. Zhang, and C. Yang, "Experimental and numerical studies on the bending collapse of multi-cell Aluminum/CFRP hybrid tubes," *Compos B Eng*, vol. 181, p. 107527, Jan. 2020, doi: 10.1016/j.compositesb.2019.107527.
 - [18] UN/ECE 66, *Regulation No 66 of the Economic Commission for Europe of the United Nations (EN/ECE) - Uniform technical prescriptions concerning the approval of large passenger vehicles with regard to the strength of their superstructure*. 2007.
 - [19] C. C. Liang and G. N. Le, "Optimization of bus rollover strength by consideration of the energy absorption ability," *International Journal of Automotive Technology*, vol. 11, no. 2, pp. 173–185, Apr. 2010, doi: 10.1007/s12239-010-0023-3.
 - [20] D. Rincón-Dávila, E. Alcalá, and Á. Martín, "Theoretical-experimental study of the repair of steel bus structures after rollover," *J Constr Steel Res*, vol. 162, p. 105734, 2019, doi: 10.1016/j.jcsr.2019.105734.
 - [21] J. Bai, G. Meng, and W. Zuo, "Rollover crashworthiness analysis and optimization of bus frame for conceptual design," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 33, no. 7, pp. 3363–3373, 2019, doi: 10.1007/s12206-019-0631-4.
 - [22] T. Wang, "A new type of improved four-node DKT thin-shell element and the improvement research on the fast algorithm for bus rollover collision," *Eur J Mech A Solids*, vol. 87, no.