

Estudio del desgaste en los recubrimientos de un molino rotatorio en función de sus variables operacionales

Cristóbal Ruíz Sepúlveda¹, Cristián Vicuña Molina², José Venegas Pulgar³, Manuel Moncada Merino⁴

¹Laboratorio de Vibraciones Mecánicas (LVM-UdeC), Universidad de Concepción, Chile. Email: cruiz2018@udec.cl

²Laboratorio de Vibraciones Mecánicas (LVM-UdeC), Universidad de Concepción, Chile. Email: cristianjvicuna@gmail.com

³Laboratorio de Vibraciones Mecánicas (LVM-UdeC), Universidad de Concepción, Chile. Email: jvenegasp@udec.cl

⁴Laboratorio de Vibraciones Mecánicas (LVM-UdeC), Universidad de Concepción, Chile. Email: manuelmoncada@udec.cl

Resumen

El desgaste en los recubrimientos de un molino rotatorio es un problema operativo que afecta la eficiencia del proceso de conminución. Este estudio analiza la influencia de diversas condiciones operacionales de un molino rotatorio a escala de laboratorio en el desgaste de sus recubrimientos. Se desarrolla un modelo DEM del molino que considera la velocidad de rotación y el nivel de carga como variables operativas, el cual es validado experimentalmente. Al modelo se le incorporan tres sensores virtuales para centralizar el estudio del desgaste. Se utilizan los modelos de desgaste de Archard y SIEM para estimar el desgaste en los sensores virtuales. Los resultados muestran que es posible controlar las condiciones de operación del molino para disminuir el desgaste en los recubrimientos. Además, se observó que ambos modelos predicen las mismas zonas de alto y bajo desgaste.

Palabras clave: Molino rotatorio; Método de elementos discretos; Desgaste.

Abstract

The wear on the liners of a rotary mill is an operational issue that affects the efficiency of the comminution process. This study analyzes the influence of various operational conditions of a laboratory-scale rotary mill on the wear of its liners. A DEM model of the mill is developed, considering rotational speed and load level as operational variables, which is experimentally validated. The model incorporates three virtual sensors to centralize the study of wear. The Archard and SIEM wear models are used to estimate wear on the virtual sensors. The results show that it is possible to control the mill's operating conditions to reduce wear on the liners. Additionally, it was observed that both models predict the same areas of high and low wear.

Keywords: Rotary mill; discrete element method; Wear

1. Introducción

En la industria minera, la conminución es un proceso mediante el cual los materiales particulados se reducen por medio de tronadura, trituración y molienda hasta alcanzar los tamaños de producto requeridos para su posterior procesamiento o uso final [1]. Estos procesos consumen aproximadamente el 3% de toda la electricidad a nivel mundial [2]. En las plantas concentradoras representan alrededor del 50% de los costos operativos producto del alto requerimiento en energía [1].

La molienda se realiza mediante molinos rotatorios, los cuales son máquinas rotativas que pueden operar bajo diversas combinaciones de nivel de llenado y de velocidad de rotación. Varios estudios han revelado que solo un 1% a 5% del total de energía eléctrica consumida durante su funcionamiento se emplea para la conminución [1,3,4].

Los molinos contienen recubrimientos en su interior, los cuales tienen dos funciones principales: proteger la superficie contra el desgaste y transmitir energía a la carga. Maximizar la vida útil de estos componentes es un objetivo primordial tanto para los fabricantes

como para los operadores, ya que reduce los periodos de mantenimiento [5]. Además, el desgaste en dichos componentes no solo causa un impacto económico significativo, sino que también tiene incidencia en su rendimiento operativo del molino [6].

Conocer la influencia de las condiciones operativas en el desgaste de los recubrimientos resulta beneficioso para prolongar su vida útil. Es más conveniente ajustar las condiciones operativas del molino que cambiar su diseño o metodología de trabajo [1, 2]. Operar estos equipos de forma adecuada es crucial para mejorar su rendimiento [5, 7].

En las últimas décadas, cada vez son más las aplicaciones de DEM para simular fractura, rotura, molienda, desgaste y trituración, lo cual ha permitido proporcionar información importante para el diseño, la optimización, la predicción de los flujos de sólidos a granel y el funcionamiento de dispositivos mecánicos, especialmente de molinos [8].

Varios estudios han empleado DEM en conjunto con modelos SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics) o CFD (Computational Fluid Dynamics), para comprender la distribución de lodo en el interior de molinos y su relación con variables operativas [9, 10, 11, 12, 13, 14]. Asimismo, se han llevado a cabo investigaciones que emplean DEM para comprender el proceso de rotura de partículas en el interior de molinos [15, 16, 17, 18, 19, 20]. Además, otros estudios han evaluado la relación entre diversas condiciones operativas empleando DEM y su influencia en el comportamiento operativo del molino [21, 22, 23, 24, 25, 26].

La modelación DEM también se ha empleado para estudiar el desgaste en los recubrimientos. Entre las investigaciones iniciales se encuentran los estudios realizados por Radziszewski [27], quien desarrolló un modelo de desgaste para los recubrimientos y medios de molienda de un molino a bolas. Rezaeizadeh et al. [28] modificaron este modelo para predecir la tasa de desgaste en los recubrimientos, el cual lo validaron con perfiles desgastados de un molino SAG. Qiu et al. [29] y Powell et al. [30] utilizaron la formulación de Archard [50] para predecir el desgaste en los recubrimiento de un molino industrial, validando experimentalmente. Weerasekara et al. [31] emplearon la misma metodología que Powell para estimar el desgaste en otro molino industrial. Kalala y Moys [32] desarrollaron un modelo matemático para estimar el desgaste por adhesión, impacto y abrasión en los recubrimientos de un molino. Este modelo fue posteriormente utilizado por Kalala, Bwalya y Moys [33] para estimar el desgaste en los recubrimientos de dos molinos industriales, encontrando una buena concordancia entre los resultados experimentales y las

simulaciones. Estos investigadores también evaluaron el efecto del desgaste en el funcionamiento de un molino [34] y destacaron el potencial que tiene DEM para estudiar el desgaste en molinos [35].

En investigaciones más recientes, han surgido nuevas metodologías para estimar el desgaste en molinos empleando DEM. Xu, Luo y Zhao [36] acoplaron por primera vez el modelo SIEM (Shear Impact Energy Model) con DEM para investigar el desgaste en un molino SAG y su relación con la velocidad de rotación, validando experimentalmente. Xu et al. [37] luego analizaron el efecto de la forma de las partículas en el desgaste de un molino industrial con SIEM. Xu, Bao y Zhao [38] investigaron el desgaste en un molino industrial empleando SIEM con un enfoque a nivel de grano grueso. Xie et al. [39] propusieron un modelo de contacto poliedro-esfera basado en el método del punto más profundo, usando SIEM para estimar el desgaste en un molino SAG. Xie et al. [40] estudiaron el desgaste en un molino SAG utilizando SIEM considerando diversos niveles de carga. Xu et al. [41] desarrollaron el modelo FIEEM (Filtering Impact Energy Erosion Model), una mejora del modelo SIEM, el cual filtra las colisiones de baja energía, ya que en la realidad no causan erosión.

Por otro lado, Jayasundara y Zhu [42] desarrollaron un procedimiento utilizando aprendizaje automático y DEM para estimar el desgaste en un molino rotatorio a escala de laboratorio, y lo replicaron en un molino industrial. Boemer y Ponthot [43] estimaron el desgaste en un molino industrial empleando los 6 modelos más populares, cuyos resultados obtenidos se compararon experimentalmente. Franke et al. [44] cuantificó el desgaste mediante la energía de corte en un molino industrial AG empleando DEM.

A partir de la revisión del estado del arte se determina que todavía existen dos problemas principales. El primero es que no existen estudios que permitan identificar que condición(es) de operación permite(n) tener una menor tasa de desgaste en los recubrimientos. Weerasekara et al. [7] destaca la necesidad de investigar más la influencia de las condiciones de operación sobre el rendimiento operativo en molinos. El segundo es que el desgaste de los recubrimientos es la principal razón de la disminución del tiempo de operación y el aumento de los costos de mantenimiento.

Para abordar ambos problemas, en este trabajo se modela un molino rotatorio a escala de laboratorio utilizando DEM, el cual es validado experimentalmente. El modelo se emplea para investigar el desgaste en los recubrimientos. Este estudio considera diversas combinaciones de nivel de llenado y velocidad de rotación con el objetivo de

encontrar combinaciones que minimicen el desgaste de los recubrimientos.

2. Modelos matemáticos

2.1. Modelo de partículas

El modelado mediante DEM es una técnica numérica propuesta por Cundall [45] que modela el comportamiento de sólidos a granel. El movimiento de traslación y rotación para cada partícula i , se define de la siguiente manera:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = m_i \mathbf{g} + \sum_{j=1}^N \mathbf{F}_{ij} \quad (2.1)$$

$$I_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^N \mathbf{M}_{ij} \quad (2.2)$$

Donde m es la masa de la partícula, \mathbf{v} es su velocidad, \mathbf{g} es la aceleración de gravedad, \mathbf{F}_{ij} es la fuerza de contacto que ejerce j sobre i , I es la inercia de la partícula, $\boldsymbol{\omega}$ es su velocidad angular y \mathbf{M}_{ij} es el momento de contacto que ejerce j sobre i .

Para la determinación de la fuerza normal durante el contacto, se emplea el modelo *hysteretic linear spring* propuesto por Walton y Braum [46]. La magnitud de la fuerza normal elástica-plástica para un paso de tiempo t está dada por las siguientes ecuaciones:

$$F_n^t = \min(K_{nc}\delta_n^t, F_n^{t-\Delta t} + K_{nd}\Delta\delta_n), \delta_n \geq 0 \quad (2.3)$$

$$F_n^t = \max(F_n^{t-\Delta t} + K_{nd}\Delta\delta_n, \lambda K_{nc}\delta_n^t), \delta_n < 0 \quad (2.4)$$

$$\Delta\delta_n = \delta_n^t - \delta_n^{t-\Delta t} \quad (2.5)$$

donde $F_n^{t-\Delta t}$ es la fuerza de contacto elástica-plástica en el paso de tiempo anterior; δ_n^t y $\delta_n^{t-\Delta t}$ son los valores de la componente normal del traslapo en el paso de tiempo actual y anterior respectivamente; K_{nc} y K_{nd} son los valores de rigideces de contacto en la carga y descarga respectivamente; $\Delta\delta_n$ es el cambio de la componente normal del traslapo; λ es una constante de estabilización cuyo valor es de 0.001.

Para la determinación de la fuerza tangencial durante el contacto se emplea el modelo *linear spring Coulomb limit*, la cual se expresa por:

$$\mathbf{F}_\tau^t = \min(|\mathbf{F}_{\tau,e}^t|, \mu F_n^t) \frac{\mathbf{F}_{\tau,e}^t}{|\mathbf{F}_{\tau,e}^t|} \quad (2.6)$$

Donde μ es el coeficiente de fricción dinámico o estático y $\mathbf{F}_{\tau,e}^t$ es la fuerza tangencial elástica expresada por:

$$\mathbf{F}_{\tau,e}^t = \mathbf{F}_{\tau,e}^{t-\Delta t} - K_\tau \Delta \mathbf{s}_\tau \quad (2.7)$$

Donde $\mathbf{F}_{\tau,e}^{t-\Delta t}$ es el valor de la fuerza tangencial elástica en el paso de tiempo anterior; $\Delta \mathbf{s}_\tau$ es el desplazamiento relativo en la dirección tangencial de las partículas para el paso de tiempo Δt ; K_τ es la rigidez tangencial.

Se emplea el modelo *rolling resistance type 3* propuesto por Wnesrich y Katterfeld [47] con la finalidad de mejorar la caracterización de las partículas y entregar una rugosidad extra a las simulaciones [48].

2.2. Modelos de desgaste

En este estudio el desgaste se modela numéricamente empleando los modelos de Archard y SIEM. Ambos modelos se seleccionan por dos principales razones. La primera es que ambos han sido validados experimentalmente en molinos rotatorios para estudiar el desgaste. La segunda es que, debido a que no se cuenta con datos experimentales reales de desgaste, resulta conveniente realizar una comparación entre ambos modelos.

2.2.1. Modelo de Archard

Archard desarrollo un modelo matemático para estimar el desgaste por deslizamiento [49, 50]. La fórmula matemática para estimar la cantidad de material removido se expresa de la siguiente manera:

$$Q_{Archard} = K \frac{FL}{H} \quad (2.8)$$

Donde K es la constante de Archard; F es la fuerza tangencial ejercida sobre la superficie; L es la distancia de deslizamiento; H es la dureza de la superficie sometida a desgaste. El modelo fue validado experimentalmente en molinos por Qiu et al. [29].

2.2.2. Modelo SIEM

Zhao et al. [51] propone el modelo de erosión denominado SIEM. El modelo relaciona la energía cortante con la cantidad de material removido mediante la siguiente expresión:

$$Q_{SIEM} = \frac{E_{shear} t_c}{4.0p} \quad (2.9)$$

Donde E_{shear} es la energía de impacto cortante absorbida por la superficie; p es la presión de flujo plástico de la superficie desgastada, cuyo valor es de 1 a 5 veces la dureza Vickers; t_c es el periodo de tiempo de contacto. Según los resultados experimentales de Finnie, la presión de flujo plástico es de 1.5 veces la dureza Vickers [36]. El modelo fue validado experimentalmente en molinos por primera vez por Xu, Luo y Zhao [36].

3. Simulación

3.1. Modelo geométrico

Se modela un molino rotatorio a escala de laboratorio disponible en el Laboratorio de Vibraciones Mecánicas de la Universidad de Concepción. El dispositivo se puede observar en la Figura 1 con la descripción de sus componentes más relevantes.

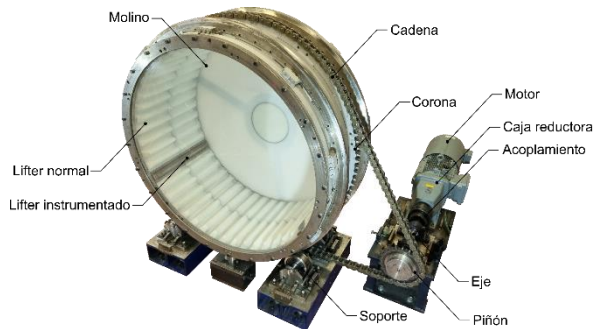


Figura 1. Banco de ensayo SetupSAG. Fuente: Elaboración propia.

El modelo CAD genérico del SetupSAG se puede ver en la Figura 2. Este consta de cinco componentes principales, ya que son los únicos que están en contacto con las partículas en los ensayos.

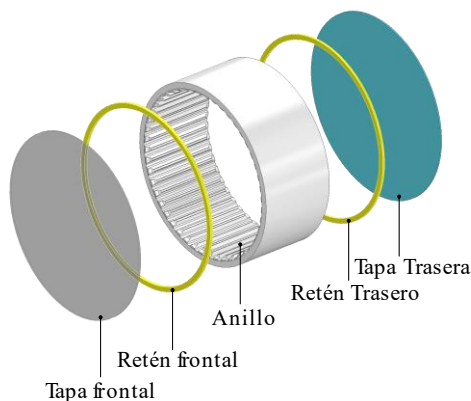


Figura 2. Modelo geométrico genérico del SetupSAG. Fuente: Elaboración propia.

En la Figura 3 se puede observar el modelo geométrico con los señores virtuales de desgaste.

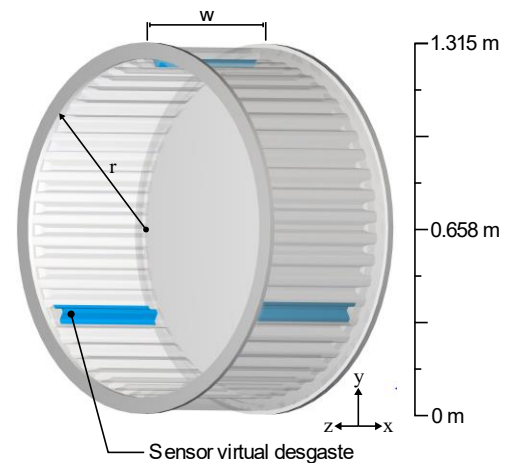


Figura 3. Modelo geométrico con sensores virtuales. Las dimensiones son: r , 600 mm y w , 550.8 mm. Ancho retén frontal y trasero: 20 mm y 15 mm, respectivamente. Fuente: elaboración propia

3.2. Parámetros de los materiales

El material de cada componente del SetupSAG, así como de los sensores virtuales y de las partículas, se pueden observar en la Tabla 1, y en la Tabla 2 se muestran las propiedades mecánicas.

Tabla 1. Material de los componentes.

Componente	Material
Sensores virtuales	Acero
Anillo	Polietileno HMW
Tapa frontal	Acrílico
Tapa trasera	Polietileno HMW
Retén frontal	Acero
Retén trasero	Acero
Partículas	Acero

Fuente: elaboración propia.

Tabla 2. Propiedades de los materiales.

Propiedad	Valor	Fuente
Densidad acero, kg/m^3	7830	[52]
Densidad HMW, kg/m^3	954	[53]
Densidad acrílico, kg/m^3	1200	[54]
Módulo elástico acero, MPa	193000	[52]
Módulo elástico HMW, MPa	1177.2	[53]
Módulo elástico acrílico, MPa	2700	[54]
Coef. Poisson acero	0.30	[52]
Coef. Poisson HMW	0.45	[55]
Coef. Poisson acrílico	0.35	[54]
Fracción sólido a granel	0.573	Exp.
Dureza acero, GPa	1.829	[50]
Presión de flujo plástico, GPa	2.744	[36]

Fuente: elaboración propia.

En la Tabla 3 se pueden observar los parámetros de contacto de los materiales. Algunos se determinaron experimentalmente y otros se obtuvieron de la literatura.

Tabla 3. Parámetros de contacto.

Propiedad	Valor	Fuente
Roce estático, acero/acero	0.31	Exp.
Roce dinámico, acero/acero	0.24	Exp.
Roce estático, acero/HMW	0.17	Exp.
Roce dinámico, acero/HMW	0.17	Exp.
Roce estático, acero/acrílico	0.45	[56]
Roce dinámico, acero/acrílico	0.40	[57]
Rodadura, partícula	0.01	[42]
Restitución, acero/acero	0.81	Exp.
Restitución, acero/HMW	0.64	Exp.
Restitución, acero/acrílico	0.67	Exp.

Fuente: elaboración propia.

La partícula que se utiliza en los ensayos experimentales y que se modela en DEM se puede observar en la Figura 4.

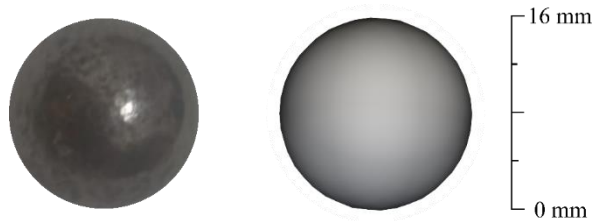


Figura 4. Partícula. (a) Experimental. (b) Modelada en DEM. Fuente: Elaboración propia.

3.3. Condiciones de operación

En las Tablas 4 y 5 se pueden observar las velocidades de rotación y los niveles de carga asignados al SetupSAG, respectivamente. Estas son condiciones de operación comunes en molinos rotatorios de la industria [1]. Al combinar los niveles de carga con las velocidades de rotación, se obtienen 9 condiciones operativas.

Tabla 4. Velocidad de rotación del SetupSAG.

Nomenclatura	Velocidad crítica, %	Velocidad de rotación, rpm
N_1	60%	23.324
N_2	75%	29.156
N_3	90%	34.987

Fuente: elaboración propia.

Tabla 5. Nivel de carga del SetupSAG.

Nomenclatura	Nivel de carga, %	Carga total, kg
J_1	25%	678.7
J_2	32.5%	882.3
J_3	40%	1086.0

Fuente: elaboración propia.

4. Resultados

Para llevar a cabo el estudio del desgaste, es necesario validar el modelo numérico con datos experimentales. En esta investigación, se comparan el torque y la forma de la carga.

4.1. Validación numérica

4.1.1. Torque

En la Figura 5 se puede observar el torque obtenido a partir de las simulaciones DEM y mediciones experimentales para las 9 condiciones de operación. El torque experimental se midió mediante galgas extensiométricas ubicadas en el eje motriz.

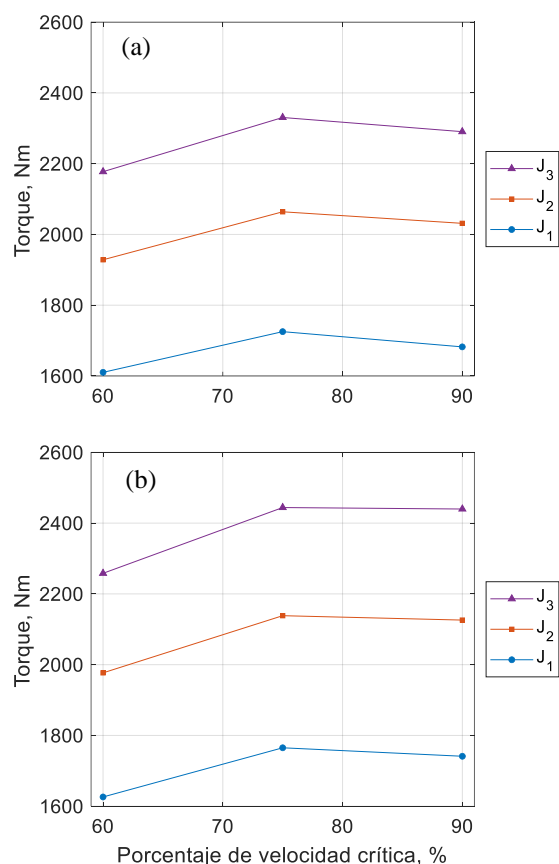


Figura 5. Torque en el molino rotatorio: (a) DEM. (b) Experimental. Fuente: Elaboración propia.

A partir de la Figura 5, se puede observar que las curvas de torque, tanto experimentales como simuladas, presentan un punto de inflexión cercano al 75% del porcentaje de Velocidad crítica. Por otro lado, se puede observar de la Figura 5 que el error relativo máximo es del 6.1% para las condiciones operacionales consideradas.

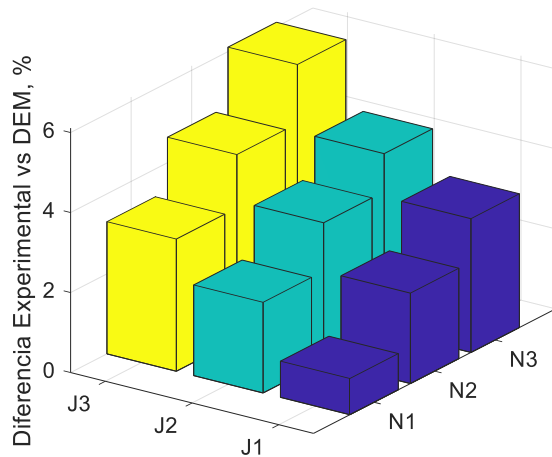


Figura 5. Error relativo porcentual entre el torque medido experimentalmente y simulado.

4.1.2. Dinámica de la carga

En la Figura 6 se presenta una comparación del movimiento de la carga entre las imágenes obtenidas experimentalmente y simuladas por DEM para algunas condiciones de operación.

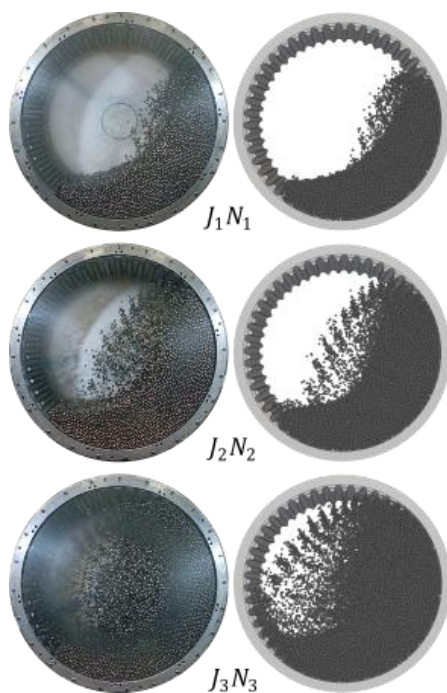


Figura 6. Comparación de la distribución de la carga entre lo experimental y simulado. Fuente: Elaboración propia.

De las imágenes, es posible observar que el modelo numérico predice de forma similar la distribución espacial de las partículas. A medida que aumenta la velocidad de rotación, cada vez son mas las partículas suspendidas en el aire.

4.2. Desgaste

4.2.1. Simulación DEM con sensores virtuales

En la Figura 7 es posible observar una imagen de la simulación DEM de la condición de operación J_6N_6 con los sensores virtuales de desgaste. La tasa de desgaste se estima en estos sensores, cuando el molino completa 24 revoluciones en estado estacionario.

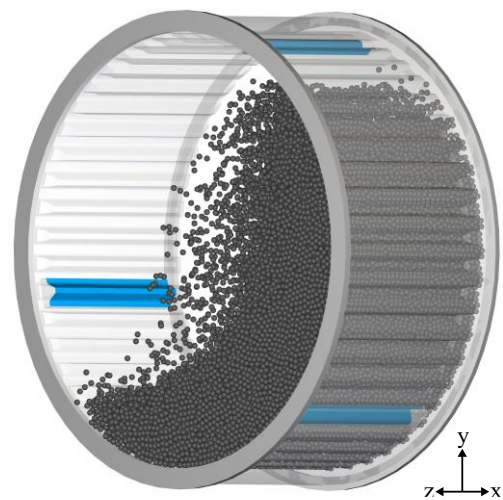


Figura 7. Simulación del SetupSAG con los sensores virtuales de desgaste a los 22.928 segundos. Fuente: Elaboración propia.

4.2.2. Distribución espacial de la tasa de desgaste

En la Figura 8 se puede observar la tasa de desgaste en la superficie del sensor virtual, tanto para el modelo de Archard como para el modelo SIEM. Es posible notar que ambos modelos predicen la misma tendencia del desgaste en la superficie del sensor virtual. Es relevante destacar que la constante de Archard se fijó en 0.08, un valor que está dentro del rango al considerar mecanismos de desgaste abrasivo o erosivo [58].

La superficie más desgastada corresponde a la cara de trabajo, debido a que esta se encarga de elevar las partículas durante el funcionamiento del molino. En cambio, la superficie menos desgastada corresponde a la cara opuesta a la de trabajo. Esto se debe a que dicha superficie no impacta la aglomeración de las partículas en cada revolución.

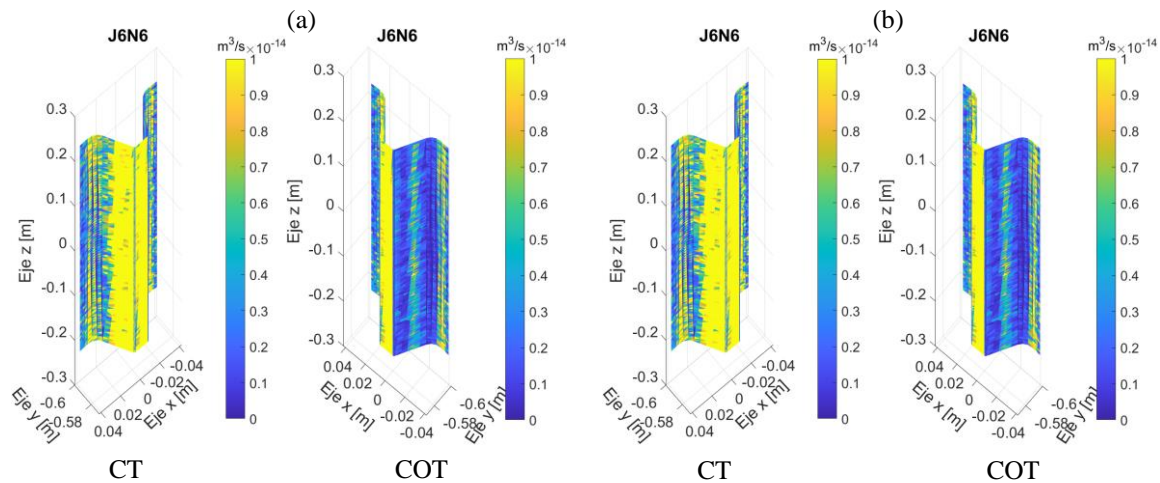


Figura 8. Tasa de desgaste superficial en la cara de trabajo y en la cara opuesta de trabajo, respectivamente, estimada por el modelo: (a) Archard. (b) SIEM. Fuente: Elaboración propia.

4.2.3. Tasa de desgaste total

En la Figura 9 (a) se observa el efecto del nivel de carga en la tasa de desgaste total cuando el molino opera a las velocidades de rotación N_3 , N_6 y N_9 . Cuando el molino opera a las velocidades N_3 y N_6 , un incremento en el nivel de llenado tiende a disminuir la tasa de desgaste, siendo para N_3 una disminución más lineal que para N_6 . En cambio, para N_9 , un incremento en el nivel de llenado no necesariamente conlleva una disminución en la tasa de desgaste, ya que presenta un punto de inflexión en el nivel de llenado J_6 (32.5%). Esto se puede explicar por los múltiples impactos

aleatorios que experimentan los recubrimientos cuando el molino opera a esa velocidad de rotación. Además, dicha superficie de impacto disminuye al aumentar el nivel de llenado.

En la Figura 9 (b) se observa el efecto de la velocidad de rotación en la tasa de desgaste total cuando el molino opera con los niveles de llenado J_3 , J_6 y J_9 . Es posible observar que, para los niveles de carga considerados, siempre un incremento en la velocidad conlleva a un aumento de la tasa de desgaste de forma aproximadamente lineal.

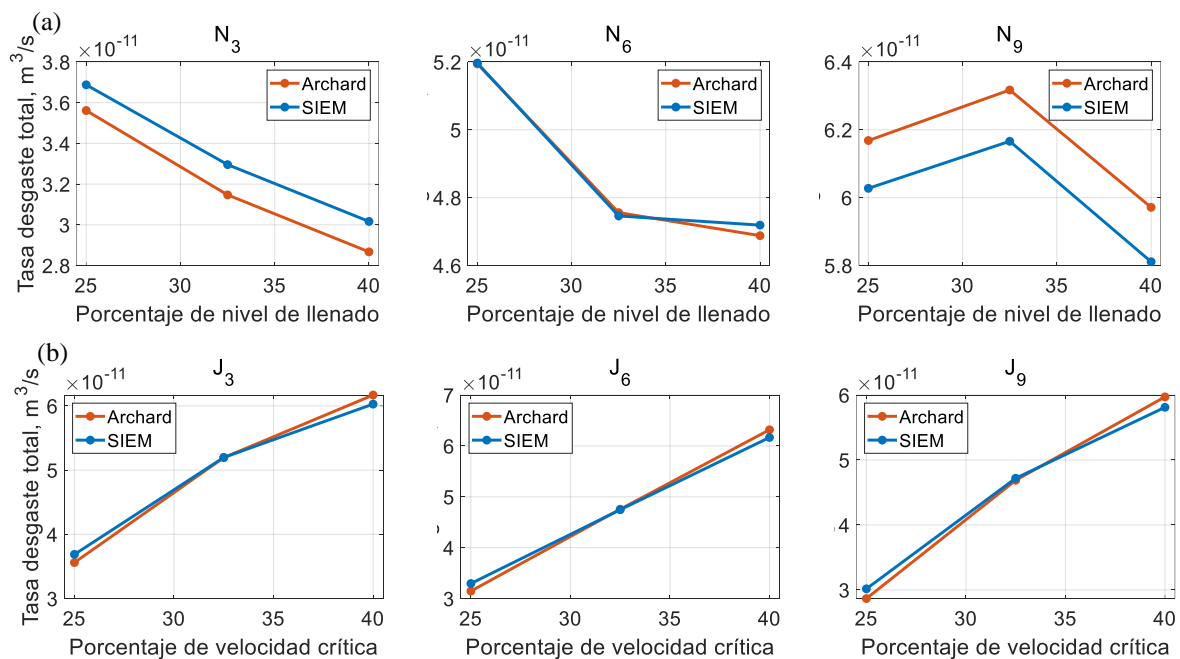


Figura 9. Tasa de desgaste total en los sensores virtuales. (a) Efecto del nivel de carga para diversas velocidades. (b) Efecto de la velocidad para diversos niveles de carga. Fuente: Elaboración propia.

5. Conclusiones

Se modeló un molino rotatorio mediante DEM. La comparación de los resultados de las simulaciones con los datos experimentales en diversas condiciones de operación mostró que el modelo numérico representa adecuadamente el funcionamiento del molino.

En cuanto al desgaste, se observó que los modelos de Archard y SIEM predicen de forma similar la misma tendencia de desgaste, donde se puede concluir que la CT del sensor virtual es la zona más afectada.

En relación con el efecto de la velocidad de rotación en el desgaste, su incremento conlleva a un aumento en el desgaste, independientemente del nivel de llenado. Esto se debe a que, a mayor velocidad de rotación, el molino realiza una mayor cantidad de revoluciones y, además, la colisión de partículas en el interior aumenta. En cuanto al efecto del nivel de llenado en el desgaste, dependerá de la velocidad de rotación a la que opera el molino. A velocidades bajas, el desgaste es decreciente, sin embargo, a velocidades altas, cuando las partículas impactan el anillo, el desgaste tiene partes crecientes y decrecientes. No obstante, es necesario investigar más condiciones de operación tanto a altas como a bajas velocidades para obtener una conclusión más sólida.

6. Agradecimientos

Los autores agradecen a ESSS Group S.A por la cesión de licencias de investigación para este proyecto en el marco de la vinculación estratégica con el Departamento de Ingeniería Mecánica de la Universidad de Concepción.

Esta investigación fue parcialmente apoyada por la infraestructura de supercómputo del Southern GPU Cluster – Fondecup EQM150134

7. Referencias

- [1] John A. Herbst, Yi Chang Lo, & Brian Flintoff. (2003). Size reduction and liberation. En M. C. Fuerstenau y K. N. Han (Eds), *Principles of Mineral Processing* (3er capítulo, pp. 61-79). Littleton, CO, USA: Society for Mining, Metallurgy, and Exploration, Inc. (SME).
- [2] R.D. Morrison, P.W. Cleary, Towards a virtual comminution machine, *Minerals Engineering*, Volume 21, Issue 11, 2008, Pages 770-781.
- [3] Cleary, P. W. (1998). Predicting charge motion, power draw, segregation and wear in ball mills using discrete element methods. *Minerals Engineering*, Vol. 11, Issue 11, Pages. 1061-1080.
- [4] G.W. Delaney, P.W. Cleary, R.D. Morrison, S. Cummins & B. Loveday. (2013). Predicting breakage and the evolution of rock size and shape distributions in Ag and SAG mills using DEM. *Minerals Engineering*, Volumes 50–51, Pages 132-139.
- [5] S. Banisi & M. Hadizadeh. (2007) 3-D liner wear profile measurement and analysis in industrial SAG mills. *Minerals Engineering*, Volume 20, Pages 132-139.
- [6] Paul W. Cleary & Phil Owen. (2015). Effect of liner design on performance of a HICOM® mill over the predicted liner life cycle. *International Journal of Mineral Processing*, Volume 134, Pages 11-22.
- [7] Cleary, P. W. (1998). Predicting charge motion, power draw, segregation and wear in ball mills using discrete element methods. *Minerals Engineering*, Vol. 11, Issue 11, Pages. 1061-1080.
- [7] N.S. Weerasekara, M.S. Powell, P.W. Cleary, L.M. Tavares, M. Evertsson, R.D. Morrison, J. Quist & R.M. Carvalho. (2013). The contribution of DEM to the science of comminution. *Powder Technology*, Volume 248, Pages 3-24.
- [8] Paul W. Cleary, Rob D. Morrison & Matt D. Sinnott. (2020). Prediction of slurry grinding due to media and coarse rock interactions in a 3D pilot SAG mill using a coupled DEM + SPH model. *Minerals Engineering*, Volume 159.
- [9] Paul W. Cleary, Gary W. Delaney, Matt D. Sinnott & Rob D. Morrison. (2018). Inclusion of incremental damage breakage of particles and slurry rheology into a particle scale multiphase model of a SAG mill. *Minerals Engineering*, Volume 128, Pages 92-105.
- [10] M.D. Sinnott, P.W. Cleary & R.D. Morrison. Combined DEM and SPH simulation of overflow ball mill discharge and trommel flow. *Minerals Engineering*, Volume 108, Pages 93-108.
- [11] Paul W. Cleary. (2015). Prediction of coupled particle and fluid flows using DEM and SPH. *Minerals Engineering*, Volume 73, Pages 85-99.
- [12] K. Mayank, M. Malahe, I. Govender & N. Mangadoddy. (2015). Coupled DEM-CFD Model to Predict the Tumbling Mill Dynamics. *Procedia IUTAM*, Volume 15, Pages 139-149.
- [13] Paul W. Cleary & Rob D. Morrison. (2012). Prediction of 3D slurry Flow within the grinding chamber and discharge from a pilot scale SAG mill. *Minerals Engineering*, Volume 39, Pages 184-195.

- [14] Paul W. Cleary, Rob D. Morrison, Gary W. Delaney. (2018). Incremental damage and particle size reduction in a pilot SAG mill: DEM breakage method extensión and validation. *Minerals Engineering*, Volume 128, Pages 56-68.
- [15] Paul W. Cleary, Gary W. Delaney, Matt D. Sinnott & Rob D. Morrison. (2018). Inclusion of incremental damage breakage of particles and slurry rheology into a particle scale multiphase model of a SAG mill. *Minerals Engineering*, Volume 128, Pages 92-105.
- [16] P.W. Cleary & R.D. Morrison. (2016). Comminution mechanisms, particle shape evolution and collision energy partitioning in tumbling mills. *Minerals Engineering*, Volume 86, Pages 75-95.
- [17] G.W. Delaney, P.W. Cleary, R.D. Morrison, S. Cummins & B. Loveday. (2013). Predicting breakage and the evolution of rock size and shape distributions in Ag and SAG mills using DEM. *Minerals Engineering*, Volumes 50–51, Pages 132-139.
- [18] Matthew J. Metzger & Benjamin J. Glasser. (2013). Simulation of the breakage of bonded agglomerates in a ball mill. *Powder Technology*, Volume 237, Pages 286-302.
- [19] Paul W. Cleary & Rob D. Morrison. (2011). Understanding fine ore breakage in a laboratory scale ball mill using DEM. *Minerals Engineering*, Volume 24.
- [20] Zhengbin Liu, Guoqiang Wang, Wei Guan, Jianbo Guo, Gang Sun & Zeren Chen. (2022). Research on performance of a laboratory-scale SAG mill based on DEM-EMBD. *Powder Technology*, Volume 406.
- [21] Changhua Xie, Huaqing Ma, Tao Song & Yongzhi Zhao. (2021). DEM investigation of SAG mill with spherical grinding media and non-spherical ore based on polyhedron-sphere contact model. *Powder Technology*, Volume 386, Pages 154-165.
- [22] Z. Bibak & S. Banisi. (2021). A combined physical and DEM modelling approach to investigate particle shape effects on load movement in tumbling mills. *Advanced Powder Technology*, Volume 32, Pages 916-930.
- [23] Paul W. Cleary & Phil Owen. (2019). Effect of particle shape on structure of the charge and nature of energy utilisation in a SAG mill. *Minerals Engineering*, Volume 132, Pages 48-68.
- [24] Paul W. Cleary & Phil Owen. (2019). Effect of operating condition changes on the collisional environment in a SAG mill. *Minerals Engineering*, Volume 132, Pages 297-315.
- [25] Xiaolei Bian, Guoqiang Wang, Hongdi Wang, Shuai Wang & Weidong Lv. (2017). Effect of lifters and mill speed on particle behaviour, torque, and power consumption of a tumbling ball mill: Experimental study and DEM simulation. *Minerals Engineering*, Volume 105.
- [26] Radziszewski, P., 1993. Simulation of ball charge and liner wear. *Wear* 169, 77–85.
- [27] M. Rezaeizadeh, M. Fooladi, M.S. Powell, S.H. Mansouri & N.S. Weerasekara. (2010). A new predictive model of lifter bar wear in mills. *Minerals Engineering*, Volume 23, Pages 1174-1181.
- [28] Qiu, X., Potapov, A., Song, M. & Nordell, L. (2001). Prediction of wear of mill lifters using Discrete Element Method. *Int. AG and SAG Grinding Technology*, Volume 5, Pages 260–271.
- [29] M.S. Powell, N.S. Weerasekara, S. Cole, R.D. LaRoche & J. Favier. (2011). DEM modelling of liner evolution and its influence on grinding rate in ball mills. *Minerals Engineering*, Volume 24, Issues 3–4, Pages 341-351.
- [30] Weerasekara, N.S., Powell, M., Franke, J. & Favier, J. (2011). Integrating liner profile evolution and mill performance with 3D DEM modeling. In: Major, K., Flintoff, B., Klein, B., McLeod, K. (Eds.), *SAG 2011*, Vancouver, Canada, 2011, Pages 1–15.
- [31] Kalala, J.T. & Moys, M.H. (2004). DEM modelling of liner wear in dry ball milling. *Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy (SAIMM)* 104 (10), 597–602.
- [32] Kalala, J.T., Bwalya, M.M. & Moys, M.H. (2005). Discrete element method (DEM) modelling of evolving mill liner profiles due to wear, Part II: Industrial case study. *Miner. Eng.* Volume 18, Pages 1392–1397.
- [33] Kalala, J.T., Breetzke, M. & Moys, M.H. (2008). Study of the influence of liner wear on the load behaviour of an industrial dry tumbling mill using the Discrete Element Method (DEM). *Int. J. Miner. Process.* 86 (1), 33–39.
- [34] Kalala, J.T., Bwalya, M.M. & Moys, M.H. (2005). Discrete element method (DEM) modelling of evolving mill liner profiles due to wear, Part I: DEM validation. *Miner. Eng.* Volume 18, Pages 1386–1391.

- [35] Lei Xu, Kun Luo & Yongzhi Zhao. (2018). Numerical prediction of wear in SAG mills based on DEM simulations. *Powder Technology*, Volume 329, Pages 353-363.
- [36] Lei Xu, Kun Luo, Yongzhi Zhao, Jianren Fan & Kefa Cen. (2019). Influence of particle shape on liner wear in tumbling mills: A DEM study. *Powder Technology*, Volume 350, Pages 26-35.
- [37] Lei Xu, Shiyi Bao & Yongzhi Zhao. (2020). Multi-level DEM study on liner wear in tumbling mills for an engineering level approach. *Powder Technology*, Volume 364, Pages 332-342.
- [38] Changhua Xie, Huaqing Ma, Tao Song & Yongzhi Zhao. (2021). DEM investigation of SAG mill with spherical grinding media and non-spherical ore based on polyhedron-sphere contact model. *Powder Technology*, Volume 386, Pages 154-165.
- [39] Changhua Xie, Yuan Zhao, Tao Song & Yongzhi Zhao. (2021). Investigation of the effect of filling level on the wear and vibration of a SAG mill by DEM. *Particuology*, Volume 63, Pages 24-34.
- [40] Chao Xu, Zihan Liu, Lianying Zhou, Tao Song, Jiawei Yang, Guobin Zou, Huaqing Ma & Yongzhi Zhao. (2023). An improved model for predicting the erosion within the DEM framework. *Powder Technology*, Volume 428.
- [41] C.T. Jayasundara, H.P. Zhu. (2022). Predicting liner wear of ball mills using discrete element method and artificial neural network. *Chemical Engineering Research and Design*, Volume 182, Pages 438-447.
- [42] Dominik Boemer & Jean-Philippe Ponthot. (2017). A generic wear prediction procedure based on the discrete element method for ball mill liners in the cement industry. *Minerals Engineering*, Volume 109, Pages 55-79.
- [43] Jochen Franke, Paul W. Cleary & Matthew D. Sinnott. (2015). How to account for operating condition variability when predicting liner operating life with DEM – A case study. *Minerals Engineering*, Volume 73, Pages 53-68.
- [44] Cundall, P.A. (1971). A Computer Model for Simulating Progressive, Large-scale Movement in Blocky Rock System. In *Proceedings of the International Symposium on Rock Mechanics*.
- [45] Walton, O. R. & Braun, R. L. (1986). Viscosity, granular-temperature, and stress calculations for shearing assemblies of inelastic, frictional disks. *Journal of Rheology*, 30:948-980.
- [46] Wensrich, C. M. & Katterfeld, A. (2012). Rolling friction as a technique for modelling particle shape in DEM. *Powder Technology*, 217:409-417.
- [47] Moncada M. (2023). Análisis no estacionario de torque en chancadores primarios. phdthesis, Universidad de Concepción, Jan. 2023.
- [48] Archard, J. F. (1953). Contact and Rubbing of Flat Surfaces. *Journal of Applied Physics*, Vol.24, pp. 981-988.
- [49] Archard, J.F. (1980). *Wear Theory and Mechanisms*. *Wear Control Handbook*. American Society of Mechanical Engineers, New York. pp. 35-80.
- [50] Yongzhi Zhao, Huaqing Ma, Lei Xu & Jinyang Zheng. (2017). An erosion model for the discrete element method. *Particuology*, Volume 34, Pages 81-88.
- [51] ASM International, (2019). *ASM Handbook, Volume 2: Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special-Purpose Materials* (9th. Ed). ASM international.
- [52] Mecánica Plástica, Ficha Técnica: Material HMW, Santiago, 2023.
- [53] Arkema, Technical Sheet: Plexiglas G Acrylic Sheet, Arkema Inc, Philadelphia, USA, 2010.
- [54] Plastics Pipe Institute. (2019). “HDPE & Propylene Materials”. The Society for the plastics Industry, Inc., 105 Decker Court.
- [55] Al-Kawaz, A., Hadi, N. J., & Hamzah, A. F. (2017). Study the Effect of Bi-Layers on the Friction and Impact Resistance of PMMA/Nano-composite Hard Coatings. *International Journal of Applied Engineering Research*, 12(16), 6176-6181.
- [56] Punset, M., Brizuela, A., Pérez-Pevida, E., Herrero-Climent, M., Manero, J.M., Gil, J. Mechanical Characterization of Dental Prostheses Manufactured with PMMA– Graphene Composites. *Materials* 2022, 15, 5391.
- [57] [Stachowiak, 2005] Stachowiak, G. W. (Ed.). *Wear - Materials, Mechanisms and Practice*. (2005). *Tribology in Practice Series*. John Wiley & Sons Ltd. The Atrium, Southern Gate, Chichester, West Sussex PO19 8SQ, England.