

Validación por FEM del método de obtención de frecuencias naturales de un algoritmo de síntesis de mecanismos que considera propiedades dinámicas

Iván Gutiérrez-Pilar¹, Nicolás Cid-Valdebenito², Claudio Villegas-Ulloa³

¹Ingeniería Civil Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad del Bío-Bío, Chile. Email: ivan.gutierrez2001@alumnos.ubiobio.cl

²MIM, Facultad de Ingeniería, Universidad del Bío-Bío, Chile. Email: nicolas.cid1601@alumnos.ubiobio.cl

³Departamento de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad del Bío-Bío, Chile. Email: cvillegas@ubiobio.cl

Resumen

Dentro del proceso de diseño de mecanismos, una de las consideraciones más importantes es el comportamiento dinámico que estos presentan durante su funcionamiento. Sin embargo, el análisis del comportamiento dinámico de los mecanismos suele tomarse en cuenta en las etapas finales del diseño, cuando se desarrollan las simulaciones del sistema ya diseñado. Si estos análisis finales demuestran un comportamiento dinámico no deseado, se debe retroceder en el proceso de diseño de forma iterativa hasta cumplir con las condiciones definidas, lo que genera iteraciones innecesarias en el proceso de diseño. Por otra parte, si aspectos esenciales del comportamiento dinámico, como las frecuencias naturales, no son considerados en estos análisis, el resultado puede ser insatisfactorio. Basado en lo anterior, se han desarrollado métodos de síntesis de mecanismos que consideran aspectos dinámicos en las primeras etapas del diseño para reducir el número de iteraciones indeseadas y mejorar el comportamiento dinámico del mecanismo resultante. En particular, nuestro equipo ideó anteriormente un método para la síntesis en dos pasos de un mecanismo de seis barras del tipo generador de funciones, considerando aspectos dinámicos como las frecuencias naturales del sistema desde etapas tempranas del diseño. En esta investigación, se busca validar la eficiencia y eficacia del método de cálculo de las frecuencias naturales utilizado en el proceso de síntesis. Para ello, se desarrolla una comparación entre los valores obtenidos en la síntesis de mecanismos y los obtenidos usando un software comercial de análisis de elementos finitos (ANSYS).

Palabras clave: Algoritmo genético; Análisis de Elementos Finitos; Síntesis de mecanismos en dos pasos.

Abstract

In the mechanism design process, one of the most important considerations is the dynamic behavior that mechanisms exhibit during operation. However, the dynamic behavior analysis is typically addressed in the final stages of design, where system simulations are carried out on an already designed model. If these final analyses reveal undesired dynamic behavior, the design process must iteratively backtrack until the defined conditions are met, leading to unnecessary design iterations. Moreover, if essential aspects of dynamic behavior, such as natural frequencies, are not considered in these analyses, the results may be unsatisfactory. Based on this, mechanism synthesis methods have been developed that incorporate dynamic aspects in the early stages of design to reduce the number of unnecessary iterations and improve the dynamic behavior of the resulting mechanism. Specifically, our team previously developed a two-step synthesis method for a six-bar function generator mechanism, considering dynamic aspects such as the system's natural frequencies from the early stages of design. In this research, we aim to validate the efficiency and effectiveness of the natural frequency calculation method used in the synthesis process. To achieve this, we compare the values obtained through mechanism synthesis with those obtained using a commercial finite element analysis software (ANSYS).

Keywords: Genetic Algorithm; Finites Elements Analysis; Mechanisms Synthesis in two steps; Eigenfrequency.

1. Introducción

En la Ingeniería Mecánica, el diseño de mecanismos es una parte fundamental, ya que constituye la base para la construcción de diferentes tipos de máquinas, robots,

sistemas de suspensión, cerraduras, entre otros [1]. Esto implica la necesidad de realizar el proceso de diseño de manera minuciosa, con el objetivo de asegurar el correcto funcionamiento de estos sistemas. Tradicionalmente, este proceso tiene en cuenta el

comportamiento estático, cinemático y dinámico del sistema mecánico [2], siendo este último generalmente considerado en las etapas finales del proceso de diseño [3]. Esto hace que, si los resultados de estos análisis no son favorables, se deba retroceder en el proceso de diseño, generando iteraciones indeseadas hasta que el mecanismo cumpla con las condiciones de funcionamiento requeridas. En la práctica, esto implica el uso de una cantidad considerable de tiempo y recursos informáticos, lo que vuelve ineficiente el proceso de diseño. Por otro lado, existen casos en los que el comportamiento dinámico es estudiado de manera imprecisa o directamente no es considerado. Esto se traduce en la presencia de desgaste de piezas, vibraciones excesivas, fuerzas no lineales, ruidos, fallos prematuros y una reducción en la eficiencia del sistema.

A partir de lo anterior, se han desarrollado métodos de síntesis de mecanismos para integrar el comportamiento cinemático y dinámico en las etapas iniciales del diseño, asegurando el correcto funcionamiento de las máquinas y optimizando su diseño [4]. Dentro de ellos, se encuentran trabajos anteriores que solo consideran el comportamiento cinemático de las máquinas en sus modelos de síntesis, como los desarrollados en [5, 6, 7, 8]. A su vez, hay modelos que toman en cuenta requisitos cinemáticos y cuasiestáticos [1]. Por otro lado, se han realizado estudios como el de [9], que se ha enfocado principalmente en la eficiencia energética de los mecanismos. A diferencia de ellos, el método desarrollado en [2, 3] integra un indicador de comportamiento dinámico en su etapa de síntesis. En ese trabajo, se lleva a cabo la optimización de un mecanismo de seis barras tipo Watt-II utilizando una descomposición en dos pasos. El objetivo es que el eslabón de entrada tenga la capacidad de realizar una revolución completa y que el eslabón de salida alcance ocho posiciones precisas, minimizando la fuerza. Para ello, se definieron dos funciones objetivo: una para el error de coincidencia en la primera etapa y otra para la fuerza cinetostática máxima en las juntas durante la segunda etapa. Sin embargo, en ese trabajo no se presenta la convergencia del modelo que desarrollaron. Es por ello que, en este trabajo se presenta la validación del método de cálculo de frecuencias naturales desarrollado por Villegas et al. [2] en su método de síntesis de mecanismos en dos pasos. Para ello, se explica en primer lugar el procedimiento mediante el cual Villegas obtiene dicha frecuencia. Posteriormente, se presenta el procedimiento llevado a cabo para realizar un análisis FEM del mecanismo en estudio (Watt-II) en el software comercial ANSYS. Este procedimiento involucra tanto el modelado como el posterior análisis modal, con el objetivo de obtener la primera frecuencia natural. Finalmente, se comparan los resultados obtenidos mediante el algoritmo desarrollado en [2] y el análisis FEM, validando así el

método de cálculo de frecuencias naturales. Con esto, se puede demostrar la precisión del método y tener la seguridad de poder emplear esta herramienta en el futuro.

2. Metodología

2.1. Método de Síntesis de Mecanismos en dos pasos

La síntesis desarrollada al mecanismo de 6 barras de Watt-II (*Figura 1*) por Villegas et. al en [2], se realiza mediante una optimización en dos pasos. El primero optimiza la precisión del mecanismo al minimizar el error de coincidencia (ecuación (1)). En cambio, el segundo optimiza la fuerza máxima en las uniones del mecanismo, limitando los esfuerzos, la primera frecuencia natural y la deflexión del mecanismo (ecuación (2)). El primer paso de la optimización se puede definir como

$$\min_{X_L} Err(X) \quad (1)$$

$$s. t$$

$$\mu_1 - \mu_{min;1} < 0 \quad (1.a)$$

$$\mu_2 - \mu_{min;2} < 0 \quad (1.b)$$

$$G(l_1, l_2, l_3, l_4) < 0 \quad (1.c)$$

$$imag(\psi) = 0, \quad (1.d)$$

donde, la función objetivo es el error estructural Err . En las restricciones de las ecuaciones (1.a) y (1.b), se tiene que la desviación máxima del ángulo de transmisión entre los eslabones 3-4 (μ_1), y entre 7-8 (μ_2) es menor que los límites $\mu_{min;1}$ y $\mu_{min;2}$, respectivamente. Luego la condición de Gashof para el primer bucle $G(l_1, l_2, l_3, l_4)$ y la rotación completa del cigüeñal se obtienen de las ecuaciones (1.c) y (1.d), respectivamente.

El segundo paso se define como

$$\min_{X_S} F_M(X) \quad (2)$$

$$s. t$$

$$S_M - S_f < 0 \quad (2.a)$$

$$f_m - f_l < 0 \quad (2.b)$$

$$R_{\delta,M} - 1 < 0, \quad (2.c)$$

donde, la función objetivo es la fuerza máxima en las juntas del mecanismo F_M . En primer lugar, se tiene que el esfuerzo cinetostático máximo en los eslabones (S_M)

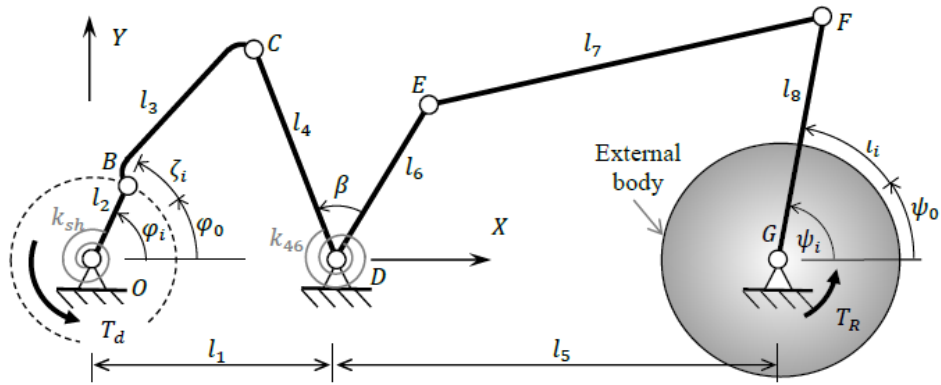


Figura 1. Mecanismo de 6 barras de Watt-II [3]

debe ser menor a la resistencia a la fatiga máxima permitida del material S_f (Ecuación (2.a)). Así mismo, con la frecuencia natural mínima del mecanismo f_m y la primera frecuencia natural mínima permitida f_l (Ecuación (2.b)). Por último, el indicador de la deflexión máxima en los eslabones $R_{\delta,M}$ debe ser menor a 1 (Ecuación (2.c)).

Esta validación se realiza en relación con la primera frecuencia natural del sistema mecánico, que es técnicamente variable a lo largo de un ciclo de funcionamiento. La restricción de esto último es que la frecuencia propia mínima del mecanismo sea mayor que la frecuencia mínima permitida.

2.2. Cálculo de frecuencias naturales con elementos de viga

El método de cálculo de frecuencias naturales utilizado en el algoritmo de síntesis de mecanismos en dos pasos [2] se basa en la ecuación de valores propios (1), donde M y K son las matrices masa y rigidez del sistema, respectivamente. Estas matrices son generadas al aplicar el método de elementos finitos, en el que se divide el sistema en elementos tal como se observa en la **Figura 2**. Posteriormente, cada uno de estos elementos son considerados como vigas de Euler, teniendo así su matriz de rigidez y masa, las que son ensambladas para generar las matrices para el sistema. El método de ensamble y las matrices consideradas se encuentran detallados en la investigación de Villegas [3]. Finalmente, los valores de la frecuencia natural corresponden a la parte imaginaria de los valores de λ .

$$|M\lambda^2 + K| = 0 \quad (1)$$

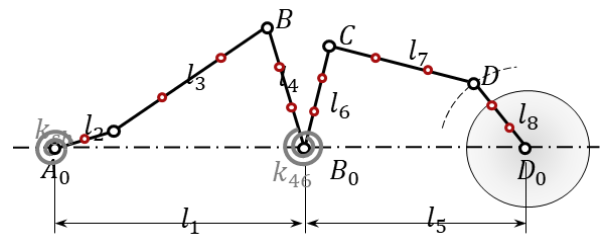


Figura 2. Discretización del Mecanismo de 6 barras de Watt-II [2]

2.3. Análisis FEM en software comercial

En primer lugar, se modela el mecanismo de 6 barras de Watt-II (**Figura 1**) en el software Design Modeler. Este modelo (**Figura 3**) se configura para variar sus parámetros y representar las 3 condiciones en estudio (Tablas 1, 2, 3 y 4), sin necesidad de rediseñar el modelo. Para ello se requiere realizar las pruebas correspondientes para que el software considere de manera correcta los desplazamientos y cambios de dimensiones por efecto de cambio en los parámetros. Posteriormente, este modelo se integra para realizar un análisis modal con el módulo presente en Workbench de ANSYS. Cabe destacar que, los casos de estudio son analizados en diferentes archivos de ANSYS para almacenar y acceder fácilmente a la información,

Tabla 1. Longitud de las barras y distancias del sistema en mm [3]

	Condición		
	1	2	3
1	205,14	217	200,49
2	150,87	152,22	125,13
3	200,99	196,73	217,52
4	156,36	177,51	197,08
5	194,86	183	199,51
6	88,06	139,49	120,37
7	216,66	203,59	189,12
8	153,97	189,11	136,1

Tabla 2. Ángulos del sistema en grados [3]

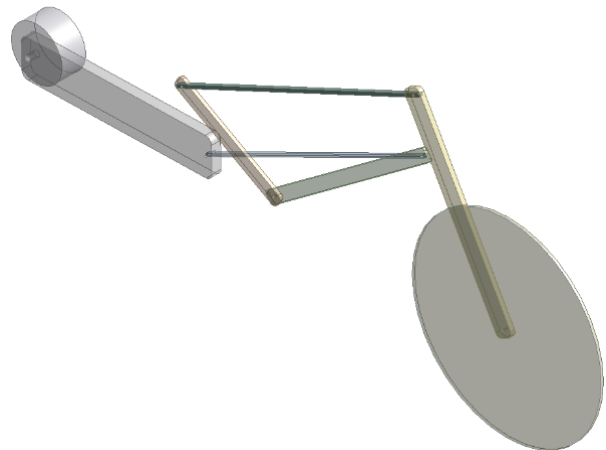
Ángulo	Condición		
	1	2	3
φ_0	11,43	0	264,32
β	245,18	275,16	356,49
ψ_0	258,51	276,16	267,01

Tabla 3. Secciones transversales de las barras del mecanismo en mm [3]

Barras	Condición		
	1	2	3
2	30,9	18	31,3
3	2,3	3,8	7,1
4	9,7	18,3	29,8
6	10,6	16	16,1
7	2,7	4,1	5,9
8	14,2	17,3	15,1

Tabla 4. Rigidez de los resortes con q_{shaft} en mm, K_{46} en Nm y el momento polar de inercia del cuerpo externo (J_{ext}) en $kgmm^2$ [3]

Variable	Condición		
	1	2	3
q_{shaft}	43	44,7	97,1
K_{46}	8,2499E+10	4,6572E+15	1,9101E+16
J_{ext}	10000	5000	1000

**Figura 3. Modelo del mecanismo desarrollado en Desing Modeler (ANSYS 2024)**

Al desarrollar dicho análisis modal, se debe tener en consideración las uniones y restricciones del sistema. En primer lugar, se integran uniones cilíndricas entre las barras, las que simulan los pasadores que las conectarían a fin de simplificar la simulación. Estas uniones deben permitir el giro de cada una de las barras, sin generar fricción entre ellas ni separarse en los puntos de unión. Aquí se presenta el principal reto de la simulación que corresponde al reconocimiento de los grados de libertad de estas uniones por parte del software. En el caso de que estos no sean gestionados correctamente, se generarán resultados incongruentes en las simulaciones. A partir de esto, se utilizan uniones de tipo “Joint”, debido a que estas permiten modificar sus grados de libertad. Cabe mencionar que en primera instancia se utilizaron uniones de tipo “Contact”, las que no permitieron simular de manera adecuada el mecanismo.

Por otro lado, se tienen los soportes cilíndricos en el extremo izquierdo de la barra 2 y el derecho para la barra 8 (*Figura 1*). Estos soportes sostienen el sistema en el marco y permiten que las barras roten libremente, sin roce. Además, se incluye una unión rígida entre la barra 2 y el cilindro que representa un resorte torsional, que a su vez simula la unión entre el mecanismo y la máquina que induce su movimiento. Para generar el efecto del resorte, se incluye un soporte rígido en el otro extremo del cilindro, el que lo mantiene fijo en el marco.

También, se establece una unión rígida entre las barras 4 y 6, al igual que entre la barra 8 y el cuerpo externo, representado por el cilindro de mayor diámetro. Para integrar el resorte torsional entre las barras 4 y 6, se emplea la herramienta de resorte torsional, presente en el software de ANSYS. Es importante destacar que, en cada simulación, se debieron corroborar los datos de este resorte, ya que se encuentra en fase beta y no actualiza su posición automáticamente al variar los parámetros dimensionales del modelo. Finalmente, se tiene la *Figura 5*, en la que se presenta el sistema en

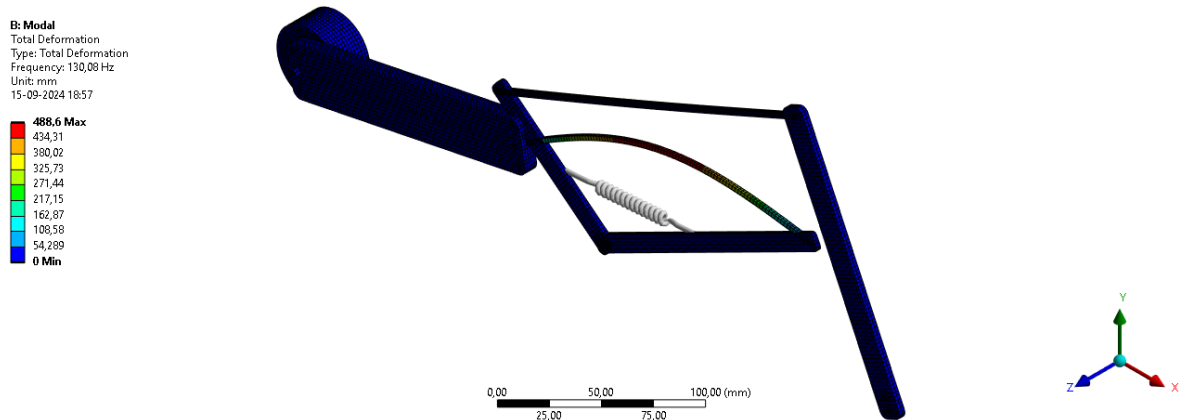


Figura 4. Simulación del primer modo de vibrar para la condición 1.

estudio con las restricciones y uniones mencionadas anteriormente.



Figura 5. Mecanismo con restricciones y uniones aplicadas en Mechanical para análisis "Modal" (ANSYS 2024)

Con estos, se realizan las simulaciones, como la que se observa en la **Figura 4**, variando el ángulo φ_i en 10 grados hasta obtener una revolución completa. Este procedimiento se lleva a cabo para las tres condiciones en estudio, para finalmente comparar la primera frecuencia natural obtenida mediante ANSYS y el método empleado en el algoritmo de síntesis de mecanismos en dos pasos desarrollado en [2] por Villegas et. al.

3. Resultados

A partir de las simulaciones realizadas en el módulo de "Modal Analysis" de ANSYS, se tiene en primer lugar las convergencias de mallado para las 3 condiciones en estudio. En la **Figura 6**, se tiene la variación en los resultados de la primera frecuencia natural al disminuir el tamaño de la malla, siendo considerados tamaños enteros entre 1 y 6 mm. A partir de estos resultados es que se desarrollan las simulaciones con tamaños de malla de 2 mm para las 3 condiciones en estudio.

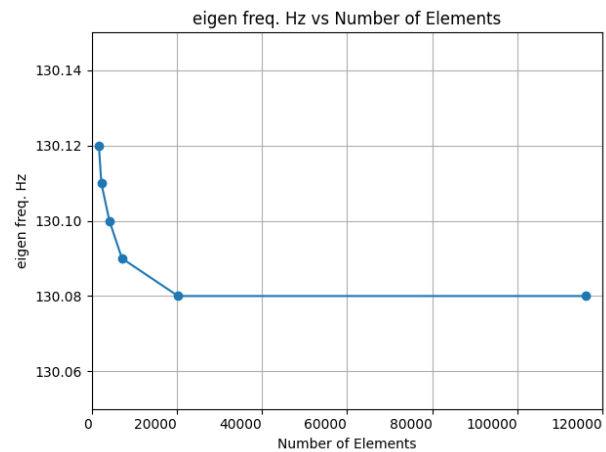


Figura 6. Gráfica Frecuencia Natural v/s Angulo del eslabón de entrada (φ_0) para la condición 1 obtenida de la simulación en ANSYS

Posteriormente, se tienen las gráficas que representan la variación de la primera frecuencia natural obtenida con ANSYS para una revolución del eslabón de entrada. Para efecto de este estudio, se comparan los resultados de la menor frecuencia natural obtenida, debido a que representa el caso más crítico para el mecanismo y que este entre en resonancia. Los valores de la primera frecuencia natural fueron almacenados en el apartado de parámetros de Workbench y graficados mediante Python. La **Figura 7**, **Figura 8** y **Figura 9** representan los resultados obtenidos para cada condición estudiada en ANSYS, donde se tienen frecuencias mínimas de 129,71 Hz, 223,62 Hz y 340,34 Hz, respectivamente.

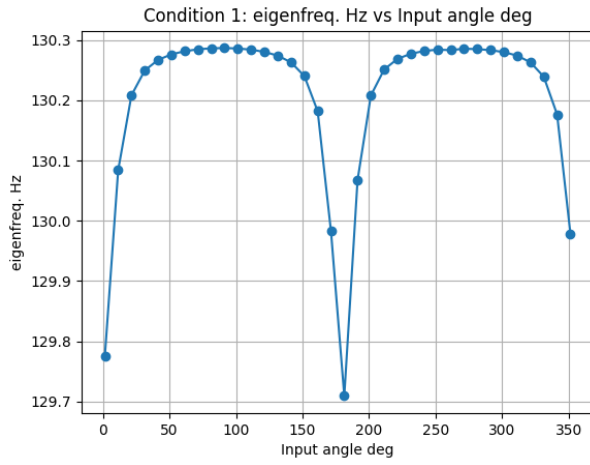


Figura 7. Gráfica Frecuencia Natural v/s Angulo del eslabón de entrada (φ_0) para la condición 1, obtenida de la simulación en ANSYS

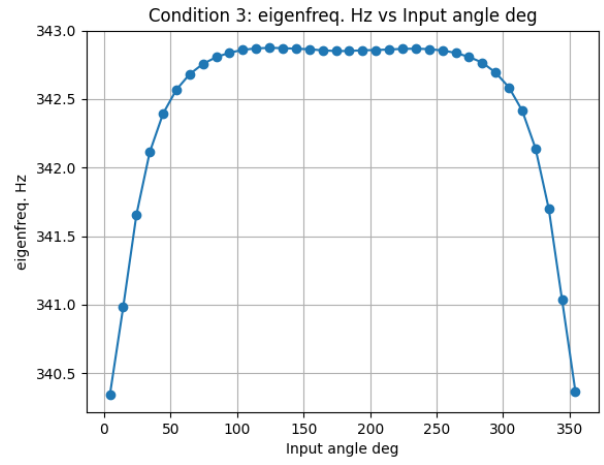


Figura 9. Gráfica Frecuencia Natural v/s Angulo del eslabón de entrada (φ_0) para la condición 3, obtenida de la simulación en ANSYS

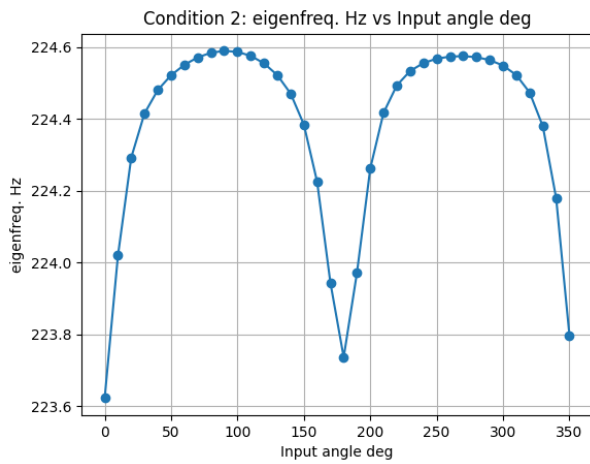


Figura 8. Gráfica Frecuencia Natural v/s Angulo del eslabón de entrada (φ_0) para la condición 2, obtenida de la simulación en ANSYS

Las primeras frecuencias naturales obtenidas mediante el método utilizado en el algoritmo de síntesis de mecanismos desarrollado por Villegas et. al en [2] se encuentran representadas en la **Figura 10**, **Figura 11** y **Figura 12**, para cada caso respectivamente. Estas graficas presentan frecuencias mínimas de aproximadamente 133,75 Hz, 230 Hz y 355 Hz, para las 3 condiciones respectivamente.

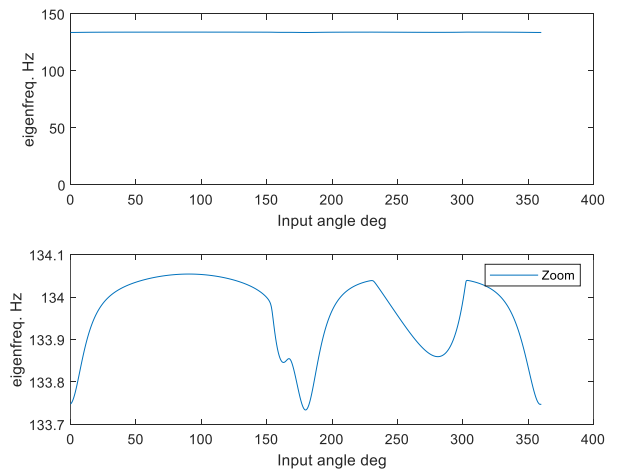


Figura 10. Gráfica Frecuencia Natural v/s Angulo del eslabón de entrada (φ_0) para la condición 1 obtenida de el método de vigas de Euler

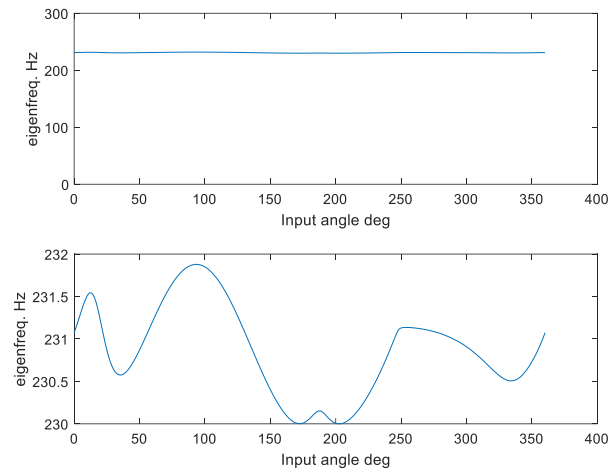


Figura 11. Gráfica Frecuencia Natural v/s Angulo del eslabón de entrada (φ_0) para la condición 2 obtenida de con el método de vigas de Euler

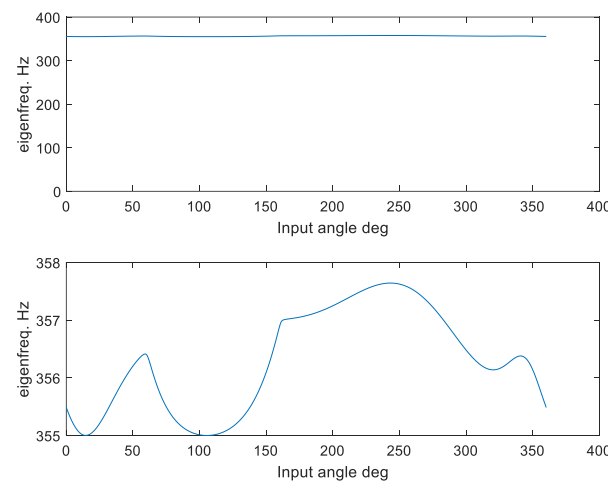


Figura 12. Gráfica Frecuencia Natural v/s Angulo del eslabón de entrada (φ_0) para la condición 2 obtenida de con el método de vigas de Euler

En adición, se lleva a cabo un análisis de influencia de la rigidez del resorte torsional presente entre las barras 4 y 6. Este análisis se desarrolla debido a que en las simulaciones preliminares se simuló un sistema con un resorte de menor rigidez y sus resultados en comparación a los del método a validar, no presentaron una diferencia significativa. A partir de esto se decide graficar las primeras frecuencias naturales para la condición 1 considerando 10 valores de rigidez. En la

Figura 13 se tienen los resultados obtenidos, teniendo una frecuencia constante de 130,08 Hz.

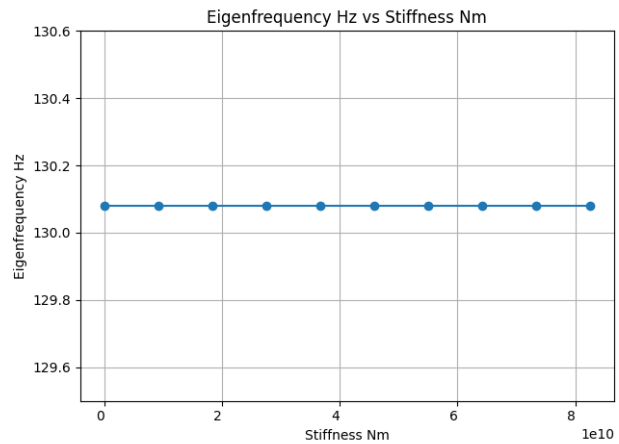


Figura 13. Gráfica de Frecuencia Natural v/s Rigidez K_{46} para la condición 1, obtenida por simulación en ANSYS

4. Conclusiones

Basado en las primeras frecuencias naturales obtenidas mediante las simulaciones FEM en ANSYS, se tiene que el método de cálculo de frecuencias naturales en estudio presenta un error de 3,02%, 2,77% y 4,13%, para cada condición respectivamente. Esto evidencia la precisión del método de cálculo de frecuencias naturales utilizado en el algoritmo de síntesis de mecanismos desarrollado por Villegas et. al en [2]. Con esto se puede reducir de manera considerable el tiempo y recursos computacional necesario para la obtención de estos datos.

Por otro lado, los valores mínimos de las primeras frecuencias naturales ocurren en las posiciones de centro muerto de la primera cadena cerrada de eslabones, donde el eslabón de entrada presenta un ángulo de inclinación de 0 y 180°. Esto se debe principalmente a los efectos de la inercia y fuerzas máximas que se presentan en estas posiciones. Además, el estudio de la influencia de la rigidez del resorte torsional presente entre las barras 4 y 6, demuestra que no es necesario utilizar resortes de elevada rigidez para reforzar la unión entre ellas. Por lo tanto, es posible utilizar uniones rígidas simples entre estas barras, lo que simplificaría la simulación y la construcción en la práctica.

Finalmente, esta validación proporciona la seguridad necesaria para emplear el método de síntesis de mecanismos desarrollado por Villegas et al. en [2] en futuros diseños de mecanismos. Esto lo convierte en una herramienta valiosa para reducir el tiempo de diseño y asegurar un buen funcionamiento de las máquinas, al considerar su comportamiento dinámico en etapas tempranas del diseño.

5. Referencias

- [1] Lee S, Kim J, Kang N. Deep Generative Model-based Synthesis of Four-bar Linkage Mechanisms with Target Conditions. 2023.
- [2] Villegas C, Hüsing M, Corves B. Synthesis of a function generator six-bar linkage in two steps with genetic algorithm.
- [3] Villegas C. Synthesis of Linkages Considering Dynamic Aspects.
- [4] León Lescano EJ, Ayala Dionicio N, Asto Rodriguez E, Urbano Ramos E. Synthesis by means of genetic algorithms of articulated mechanisms of six rigid bars for knee prostheses. *Revista Ciencia y Tecnología*. 2021 Nov 30;17(4):71–87.
- [5] Plecnik MM, McCarthy JM. Kinematic synthesis of Stephenson III six-bar function generators. *Mech Mach Theory*. 2016 Mar 1;97:112–26.
- [6] Plecnik MM, McCarthy JM. SYNTHESIS OF A STEPHENSON II FUNCTION GENERATOR FOR EIGHT PRECISION POSITIONS [Internet]. 2013. Available from: <http://www.asme.org/about-asmе/terms-of-use>
- [7] Gezgin E, Chang PH, Akhan AF. Synthesis of a Watt II six-bar linkage in the design of a hand rehabilitation robot. *Mech Mach Theory*. 2016 Oct 1;104:177–89.
- [8] Liu X, Ding J, Dong Y, Wang C. The hybrid synthesis of a multi-functional eight-bar linkage with a translational actuator. *Mech Mach Theory*. 2022 Jul 1;173.
- [9] Schwarzfischer F, Hüsing M, Corves B. The dynamic synthesis of an energy-efficient Watt-II-Mechanism. In: *Mechanisms and Machine Science*. Springer Netherlands; 2018. p. 213–22.