

Estudio Comparativo de Propiedades en Estructuras de Tenseguridad

Juan C. Guacheta-Alba¹, Luciano Santos Constantin Raptopoulos^{1,2}, Max Suell Dutra¹

¹ Laboratório de Robótica, Programa de Engenharia Mecânica (PEM/COPPE), Universidade Federal do Rio de Janeiro, Brasil. Email: {juan.camilo, max}@mecanica.coppe.ufrj.br

² Núcleo de Pesquisa em Mecatrônica (NUPEM), Engenharia de Controle e Automação, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca (CEFET-RJ), Brasil. Email: luciano.raptopoulos@cefet-rj.br

Resumen

Las estructuras de tenseguridad, que combinan elementos a tensión y compresión, ofrecen una alta relación rigidez-masa, flexibilidad y capacidad de soportar altas cargas. Este artículo presenta un análisis integral de las estructuras de tenseguridad, explorando sus propiedades estáticas, dinámicas y de estabilidad. A diferencia de estudios previos que han abordado las propiedades de estas estructuras de manera aislada, sin realizar comparaciones entre ellas, este trabajo evalúa y compara cinco tipos de unidades de tenseguridad: prismas de 3 y 4 barras, el prisma octaédrico, prismas tetraédricos y el módulo X. El análisis incluye una revisión de la rigidez efectiva, elasticidad y modos de vibración, utilizando metodologías que abarcan desde la evaluación estática y cinemática hasta el análisis dinámico y elástico. Los resultados indican que el prisma octaédrico expandido ofrece la mayor rigidez y resistencia a la deformación, mientras que las estructuras tetraédricas proporcionan rigidez isotrópica. Por otro lado, las estructuras de tres y cuatro barras muestran una variabilidad en la rigidez direccional, lo que sugiere aplicaciones específicas según los requisitos de deformabilidad y rigidez.

Palabras clave: Tenseguridad, rigidez, mecánica, estabilidad, elasticidad.

Abstract

Tensegrity structures, which combine tensile and compressive elements, offer a high stiffness-to-mass ratio, flexibility, and the ability to withstand high loads. This article presents a comprehensive analysis of tensegrity structures, exploring their static, dynamic, and stability properties. Unlike previous studies that have addressed the properties of these structures in isolation, without making comparisons between them, this work evaluates and compares five types of tensegrity units: 3 and 4-bar prisms, the octahedral prism, tetrahedral prisms and the X module. The analysis includes a review of effective stiffness, elasticity and vibration modes, using methodologies ranging from static and kinematic evaluation to dynamic and elastic analysis. The results indicate that the expanded octahedral prism offers the highest rigidity and resistance to deformation, while the tetrahedral structures provide isotropic stiffness. On the other hand, three- and four-bar structures show variability in directional stiffness, suggesting specific applications based on deformability and stiffness requirements.

Keywords: Tensegrity, stiffness, mechanic, stability, elasticity.

1. Introducción

La teoría de la tenseguridad fusiona los conceptos de tensión e integridad para describir estructuras auto soportadas que combinan cables tensionados con barras comprimidas. Estas estructuras presentan una serie de propiedades destacadas, como una alta relación entre rigidez y masa, controlabilidad, confiabilidad y

flexibilidad [1]. Además, se caracterizan por su ligereza, flexibilidad y robustez, ofreciendo una combinación única de resistencia a impactos y cualidades tanto rígidas como suaves. Estas propiedades mecánicas, que incluyen ligereza, capacidad de plegado y rigidez, hacen de las estructuras de tenseguridad una opción atractiva para una amplia gama de aplicaciones [2][3].

El análisis de las estructuras de tensegridad requiere una evaluación detallada tanto de sus propiedades estáticas como dinámicas. Estas estructuras, cuyo comportamiento está ligado a la configuración específica de sus elementos, presentan una gran variedad de formas debido a las múltiples formas en que los elementos y nodos pueden ser dispuestos [4]. Por lo tanto, es fundamental comprender cómo estas variaciones afectan las propiedades mecánicas de las estructuras de tensegridad, ya que esto permite evaluar cómo responden a diferentes condiciones de carga y deformación.

Por un lado, el análisis estático permite evaluar la capacidad de carga y la distribución de tensiones en los elementos, proporcionando una visión de la estabilidad y resistencia de la estructura bajo condiciones de carga constantes. Por otro lado, el análisis dinámico es esencial para entender cómo la estructura reacciona ante cargas variables, perturbaciones y fenómenos como vibraciones e impactos [5][6]. La comprensión de los modos naturales de vibración, por ejemplo, facilita la implementación de técnicas de control y optimización de la rigidez según el estado de tensión.

Adicionalmente, el análisis de las propiedades elásticas es importante para comprender cómo las estructuras se deforman bajo carga y cómo estas deformaciones influyen en su desempeño general. Esta información es clave para diseñar estructuras de tensegridad que sean no solo innovadoras desde el punto de vista estético, sino también funcionalmente robustas. Al evaluar estas propiedades, se garantiza la eficacia y durabilidad de las estructuras en aplicaciones prácticas y entornos exigentes, como la propagación de ondas, la transferencia y el almacenamiento de trabajo mecánico [7][8].

Aunque la investigación sobre tensegridad ha crecido en los últimos años, la mayoría de los estudios se han centrado en el análisis de estructuras individuales, sin abordar comparaciones entre diferentes modelos. Este trabajo se enfoca en comparar las propiedades

estáticas, dinámicas y de estabilidad de diversas unidades de tensegridad. Son analizados seis tipos de estructuras: prisma de 4 barras, prisma de 3 barras, prisma octaédrico, prisma icosaédrico y módulo-X, cada uno con diferentes cantidades y distribuciones de elementos (barras y cables).

2. Metodología

Esta sección presentará una recopilación de la metodología empleada en el análisis de estructuras de tensegridad, cubriendo los diversos aspectos del diseño de las estructuras. Para garantizar su dimensionamiento adecuado, es esencial realizar un análisis estructural integral, que incluya evaluaciones tanto cinemáticas como dinámicas [7]. Los métodos desarrollados para cada etapa de este proceso se presentarán en detalle a continuación.

2.1. Análisis estático

Dada la naturaleza topológica de las estructuras de tensegridad, el primer análisis fundamental se centra en su estabilidad y equilibrio, que se pueden expresar matemáticamente mediante las formas estándar de la estructura: coordenadas nodales, densidad de fuerza y vector de fuerza [5]. La estructura se define esencialmente por la interconexión entre sus elementos, lo que requiere inicialmente la especificación de la matriz de conectividad. Esta conectividad entre nodos se describe mediante la matriz C , que tiene dimensiones de m miembros por n nodos, y su estructura se formaliza a través de (1). La notación C representa una matriz de configuración que puede ser denotada por submatrices, donde los términos C_B y C_S corresponden a la matriz de conectividad de las barras y de los cables, respectivamente. El subíndice (k, p) se refiere a un elemento específico k y a los nodos p relacionados con ese elemento, además los índices i y j representan los nodos inicial y final de un elemento específico k , respectivamente.

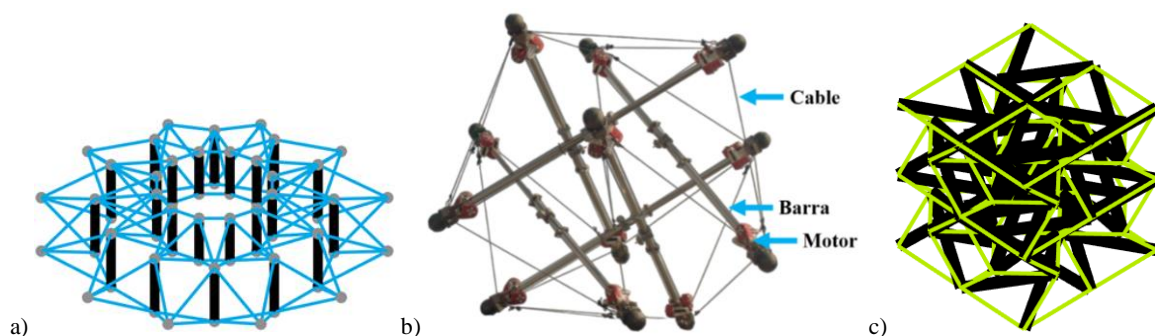


Figura 1. Aplicaciones de estructuras de tensegridad a) Domo de tensegridad desplegable [8], b) Robot de exploración espacial SUPERball v2 [1], c) Red de estructuras de tensegridad 3D formada por 16 unidades de 4 barras [6]. Fuente: elaboración propia basada en los artículos [1],[6] y [8].

$$C_{(k,p)} = \begin{cases} 1 & p = i \\ -1 & p = j \\ 0 & \text{otros} \end{cases} = [C_B \ C_S]^T \quad (1)$$

Las densidades de fuerza de cada elemento se indican en (2), calculadas como la fuerza interna dividida por la longitud del elemento. Cada elemento k tiene asociada una fuerza interna f_k y una longitud l_k específicas. La fuerza f_k se refiere a la fuerza que actúa internamente dentro del elemento k , ya sea debido a la tensión en un cable o a la compresión en una barra.

$$q_k = \frac{f_k}{l_k} \quad (2)$$

Suponiendo que no hay fuerzas externas aplicadas, la condición de equilibrio para una estructura de tensegriedad se define en (3), donde A es la matriz de equilibrio que contiene información sobre la geometría de la estructura y cómo se transmiten las fuerzas en los elementos, definida en (4), mientras que q es el vector de densidad de fuerzas [9]. Esta ecuación indica que la suma total de las fuerzas que actúan sobre la estructura en cada grado de libertad es igual a cero, lo que significa que la fuerza neta en cada dirección es cero. La matriz de conectividad C y las posiciones de los nodos de la estructura, proporcionadas por los vectores x , y , z , se relacionan en (4). Este es un requisito para que una estructura de tensegriedad esté en estado de equilibrio: debe ser estable y no estar sujeta a ningún movimiento o deformación general [10].

$$A \cdot q = 0 \quad (3)$$

$$A = \begin{pmatrix} C^T \text{diag}(C \cdot x) \\ C^T \text{diag}(C \cdot y) \\ C^T \text{diag}(C \cdot z) \end{pmatrix} \quad (4)$$

2.2. Análisis cinemático

Al analizar las estructuras de tensegriedad, es crucial considerar tanto la cinemática como la estática del sistema, ya que están relacionadas a través de ecuaciones que aseguran la compatibilidad de los movimientos. En la cinemática de las estructuras, es esencial entender la relación entre el desplazamiento de los nodos p y los alargamientos resultantes de los elementos e [11]. Dado que las coordenadas de los nodos libres pueden variar con el tiempo, resulta conveniente expresar el desplazamiento de los nodos como una función temporal $p(t)$. Al tomar la derivada de esta función con respecto al tiempo, obtenemos el vector de velocidades nodales $\dot{p}(t)$, que se relaciona con la tasa de cambio de los alargamientos de los elementos. La relación cinemática, dada por (5), se actualiza para incluir la variación temporal de los desplazamientos, resultando en (6), donde δ representa los cambios en los alargamientos de los elementos.

Esta ecuación asegura que las elongaciones de los elementos se ajusten de acuerdo con las velocidades nodales y mantiene el equilibrio estático de la estructura, garantizando que la suma de las fuerzas actuantes en cada nodo sea cero.

$$A^T p = e \quad (5)$$

$$A^T \dot{p} = \delta \quad (6)$$

El análisis cinemático de las estructuras de tensegriedad se fundamenta en la suposición de que los resortes tienen longitud libre cero, lo cual simplifica las ecuaciones de movimiento. Esta premisa es fundamental para los principales métodos de análisis cinemático, que incluyen el enfoque energético, el principio de trabajo virtual, el método del tornillo y el método de densidad de fuerzas [11]. Este último método emplea la matriz de densidad de fuerzas definida en (7) y considera la flexibilidad tanto de las barras como de los cables, contribuyendo así a un análisis más preciso y exhaustivo de las estructuras de tensegriedad. La ecuación muestra cómo se calculan las fuerzas de los miembros como el producto de una matriz diagonal que contiene información sobre los tipos de miembros (C) y el vector de densidad de fuerza de los miembros (q).

$$D = C^T \text{diag}(q)C \quad (7)$$

El método de densidad de fuerzas, que se fundamenta en (8), proporciona una expresión cinemática mediante ecuaciones diferenciales, para cada componente del sistema coordinado de la estructura. Resolver estas ecuaciones permite determinar un conjunto de posiciones a lo largo del tiempo, formando así una trayectoria para la estructura de tensegriedad. Además, esta ecuación juega un papel crucial asegurando que los elementos de la estructura mantengan sus longitudes durante cualquier deformación [2]. Estas ecuaciones, donde D es función de la matriz de configuración C y las coordenadas generalizadas q , imponen condiciones de compatibilidad esenciales. Asimismo, las ecuaciones representan restricciones geométricas específicas para las estructuras de tensegriedad, garantizando que las fuerzas en los miembros conserven la forma estructural deseada.

$$D \cdot x = 0; D \cdot y = 0; D \cdot z = 0 \quad (8)$$

2.3. Análisis dinámico

Después del análisis cinemático, el siguiente paso es examinar la dinámica de las estructuras de tensegriedad. El modelado dinámico de estas estructuras es no lineal y se deriva de la ecuación de Lagrange, lo que da como resultado un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias, como se describe en (9), donde M es la

matriz de masa; λ es el multiplicador de Lagrange; q representa las coordenadas generalizadas; f representa las fuerzas generalizadas internas y externas, y Φ_q representa la matriz jacobiana de las restricciones cinemáticas [12]. Para asegurar la estabilidad dinámica, es crucial considerar los efectos de la inercia y la amortiguación. Además, se hacen algunas suposiciones, como la conexión de los cables y las barras mediante unión es con pasadores, los cables que soportan solo fuerzas axiales elásticas, las barras que soportan fuerzas axiales elásticas o de compresión [13]. Las cargas externas actúan únicamente sobre los nodos, y se desprecian las inestabilidades locales y globales de los soportes.

$$M\ddot{q} + f_i(q, \dot{q}) + \Phi_q^T \lambda - f_e = 0; \Phi(q, t) = 0 \quad (9)$$

Las estructuras de tensegridad exhiben una variedad de comportamientos dinámicos, incluyendo periodicidad estable, multiperiodicidad, cuasiperiodicidad e incluso caos a diferentes frecuencias. Esto implica que, al analizar dinámicamente estas estructuras, es crucial considerar los cambios en sus configuraciones de equilibrio, lo que permite desarrollar estrategias de acción efectivas. En el caso de las estructuras de tensegridad, es esencial evaluar la dinámica crítica, especialmente si la carga se aplica durante un período prolongado [13]. Las estrategias de control que explotan los modos naturales de vibración pueden ser particularmente efectivas. En (10) se describe estos modos, donde M representa la matriz de masa, ω es la frecuencia natural de vibración, K_0 es la matriz de rigidez y Φ_γ es el vector de modos.

$$(M\omega^2 - K_0) \Phi_\gamma = 0 \quad (10)$$

Este análisis es importante para comprender el comportamiento dinámico de las estructuras, contribuyendo al diseño de sistemas eficientes y seguros. Además, demuestra cómo las variaciones en la tensión de los cables y la compresión de las barras afectan la estabilidad de la estructura, y cómo manipular los modos de vibración logra optimizar la distribución de masas y rigideces. Una aplicación práctica incluye el desarrollo de técnicas de atenuación de modos, como el control activo robusto, simplificando los enfoques de control [14]. Además, en (10) pueden ser identificados puntos críticos donde la estructura podría fallar, permitiendo evitar resonancias dañinas.

2.4. Análisis de elasticidad

Para validar y comparar las estructuras de tensegridad, se definen las siguientes características mecánicas: los módulos de Young y los coeficientes de Poisson. Inicialmente, se considera una matriz de rigidez geométrica que representa el esfuerzo interno de la

estructura de tensegridad, y con el fin de simplificar los cálculos y evitar un método continuo, se asume un nivel de esfuerzo σ . Se analizan seis estados típicos de tensión utilizando un modelo discreto, donde en cada estado la estructura es soportada en nodos para permitir las deformaciones adecuadas [15]. La carga aplicada provoca en cada caso una tensión de valor unitario, y las fuerzas concentradas P se aplican a los nodos apropiados de la estructura. Para todos los estados de tensión analizados, se determinan y obtienen los desplazamientos nodales de la estructura y se calculan sus características mecánicas. El estado presentado con σ constante se utiliza para determinar los valores del módulo de Young (E) y los coeficientes de Poisson (ν) según lo expresado en (11), esto puede utilizarse para analizar propiedades extremas de varios tipos de estructuras con esfuerzo interno.

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\epsilon_x}; \nu_{xy} = -\frac{\epsilon_y}{\epsilon_x}; \nu_{xz} = -\frac{\epsilon_z}{\epsilon_x} \quad (11)$$

Este análisis de elasticidad es crucial para comprender y optimizar el comportamiento dinámico de las estructuras de tensegridad, lo que contribuye al diseño de sistemas más eficientes. Al ser estructuras ligeras con propiedades elásticas, pueden ajustarse y controlarse mediante la modificación de las tensiones y el equilibrio de fuerzas [16]. Estas adaptaciones afectan tanto la geometría de la estructura como sus propiedades mecánicas, incluyendo el módulo elástico, la relación de Poisson y las bandas prohibidas [17].

3. Caso de estudio

Para comparar correctamente las unidades presentadas, se utilizan los mismos materiales para los elementos a tensión (cables de acero) y a compresión (barras de acero al carbono), así como las mismas dimensiones de las estructuras. Todas las unidades de tensegridad están contenidas en un cubo de 10 cm de lado, y el estado de pretensión en las barras se establece en 100 N. En la Tabla 1 se presentan los parámetros utilizados para definir las barras y cables, con el fin de evaluar las propiedades de las unidades de tensegridad.

Tabla 1. Parámetros de las estructuras de tensegridad.

Parámetros de los elementos (barras y cables)	
Material de las barras	Acero de carbono Q345
Módulo de Young barras	206.04 [GPa]
Sigma de las barras	300 [MPa]
Densidad barras	7870 [kg/m ³]
Material de cable	Acero
Módulo de Young cable	75.99 [GPa]
Sigma del cable	1.223 [GPa]
Densidad cable	7870 [kg/m ³]

Fuente: elaboración propia.

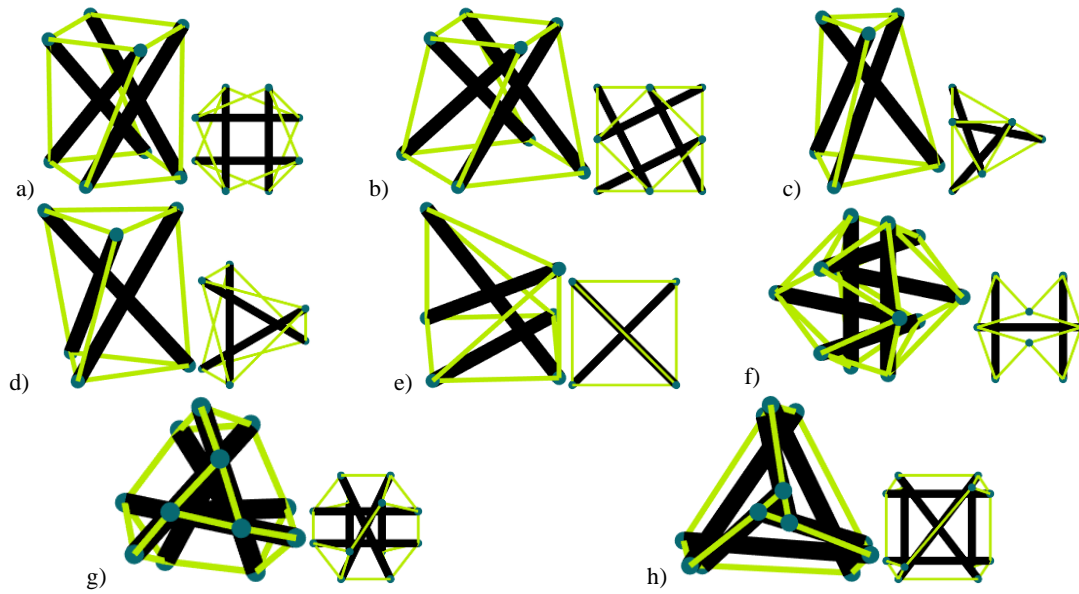


Figura 2. Vista isométrica y superior de unidades de tensegridad usadas: a) Cuatro Barras A, b) Cuatro Barras B, c) Tres Barras A, d) Tres Barras B, e) Modulo X, f) Octaedro expandido, g) Tetraedro A, h) Tetraedro B. Fuente: elaboración propia.

Para calcular las dimensiones de los elementos de tensión y compresión es definida (12), que considera las restricciones de pandeo y rendimiento. Estos cálculos buscan minimizar la masa de la estructura, asegurando al mismo tiempo su estabilidad y resistencia. En la ecuación se especifican los valores de las áreas transversales de cables, donde t_c representa la fuerza en los cables, σ_c es la tensión de cedencia de los cables, y c_c el coeficiente de seguridad de los cables. Para las barras, f_b es la fuerza aplicada, l_b es su longitud, E_b es el módulo de Young, y c_b el coeficiente de seguridad. Estos valores definen la configuración de la estructura que ofrece mayor eficiencia en términos de masa para una carga dada.

$$A_c = \frac{t_b}{\sigma_c c_c}; A_b = 2l_b \cdot \sqrt{\frac{f_b}{\pi c_b E_b}} \quad (12)$$

Debido a las configuraciones que pueden definirse en las estructuras de tensegridad, así como la variación en la cantidad de elementos a tensión y compresión, existen infinitas estructuras de tensegridad que pueden obtenerse. Sin embargo, en la literatura han sido diseñados y analizados ciertos formatos convencionales que son usados en diversas aplicaciones. Por lo tanto, las densidades de fuerza se determinan a partir del equilibrio de fuerzas, y sus valores son específicos para la configuración de cada estructura de tensegridad. En el presente trabajo, son comparados, en principio, cinco unidades de tensegridad, aunque son adicionadas tres estructuras de tensegridad variando el estado de tensión de los elementos. Las ocho estructuras son presentadas en la Figura 2 con una vista isométrica y superior, y se

enlistan a continuación, junto con los valores de densidad de fuerza de los elementos a tensión, considerando la densidad de fuerza en los elementos a compresión como unitaria:

- Cuatro Barras A: Cables diagonales con densidad de fuerza de 0.7865 y cables horizontales con densidad de fuerza de 0.3673.
- Cuatro Barras B: Cables diagonales con densidad de fuerza de 0.7454, cables horizontales superiores con densidad de fuerza de 0.4714 y cables horizontales inferiores con densidad de fuerza de 0.3333.
- Tres Barras A: Cables diagonales con densidad de fuerza de 0.8272, cables horizontales superiores con densidad de fuerza de 0.3974 y cables horizontales inferiores con densidad de fuerza de 0.2294.
- Tres Barras B: Cables diagonales con densidad de fuerza de 0.7430 y cables horizontales con densidad de fuerza de 0.3596.
- Modulo X: Cables horizontales inferiores con densidad de fuerza de 0.5774, cables verticales con densidad de fuerza de 0.5774 y cable horizontal superior con densidad de fuerza de 0.8165.
- Octaedro expandido: Cables con densidad de fuerza de 0.4435, 0.3725 y 0.2318 clasificados de menor a mayor longitud.

- Tetraedro A: Cables con densidad de fuerza de 0.4010 y 0.5088 clasificados de menor a mayor longitud.
- Tetraedro B: Cables con densidad de fuerza de 0.5955 y 0.9950 clasificados de menor a mayor longitud.

Son comparadas las propiedades relacionadas con la rigidez, modos de vibración, frecuencias naturales, elasticidad, entre otras son calculadas y comparadas sobre las unidades ya presentadas. Los cálculos y programación de la metodología propuesta son desarrollada en el software MATLAB. En la siguiente sección se exponen y discuten los resultados obtenidos.

4. Resultados y discusión

En esta sección se detallan los resultados obtenidos sobre el análisis de las propiedades de las unidades de tensegridad mencionadas en la sección anterior. En la Tabla 2 se detallan las propiedades físicas y dinámicas de varias estructuras de tensegridad, centrándose en los radios de los elementos, la masa de cada unidad y sus frecuencias principales, que son aspectos críticos para entender su comportamiento. Los radios de barras y cables varían significativamente entre las diferentes unidades, influenciando tanto la rigidez estructural como la distribución de carga. Se destaca una relación inversa entre la frecuencia principal de vibración y la

masa de la estructura: a menores frecuencias principales suelen asociarse masas más elevadas, con excepciones notables como el tetraedro B, que exhibe una frecuencia alta a pesar de su masa considerable. El diseño óptimo de estructuras de tensegridad debe equilibrar estos factores para maximizar eficiencia estructural y dinámica.

En la Tabla 3 se detallan las propiedades de rigidez y tensión interna en las unidades de tensegridad, aplicando ese análisis para cada dirección principal de la unidad de tensegridad. Las estructuras con altas rigideces como tetraedro B y modulo X también tienden a tener altas tensiones internas en los cables, mientras que el octaedro expandido muestra alta rigidez con baja tensión interna, indicando eficiencia en su diseño. Comparando las estructuras de cuatro barras y tres barras, las primeras son más equilibradas en rigidez, y las segundas son más rígidas en una dirección específica. El tetraedro B tiene la mayor tensión interna, ideal para aplicaciones que requieren alta rigidez en todas las direcciones. La elección entre estas estructuras dependerá de los requerimientos específicos del proyecto, ya sea rigidez isotrópica o alta rigidez en una dirección específica con una distribución eficiente de tensiones internas.

En las estructuras de tensegridad expuestas en la Figura 3, se observan diversas formas de deformación en

Tabla 2. Propiedades físicas y dinámicas de las estructuras de tensegridad

Propiedades físicas y dinámicas				
Unidad de tensegridad	Radio de las barras [mm]	Radio de los cables [mm]	Masa [kg]	Frecuencia principal [Hz]
Cuatro barras A	3.2821	1.1284	180.0430	117.7558
Cuatro barras B	3.4451	1.1437	214.6279	96.2098
Tres barras A	3.1554	1.0854	117.1844	224.7062
Tres barras B	3.3168	1.1082	140.2524	175.1673
Modulo X	2.6461	1.1013	182.4171	129.8348
Octaedro expandido	2.6919	0.9451	140.2904	229.3036
Tetraedro A	2.9573	1.0645	168.1379	224.4968
Tetraedro B	3.1579	1.3661	235.0413	329.4512

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3. Características de rigidez y tensión interna en las unidades de tensegridad

Características de rigidez y tensión interna				
Unidad de tensegridad	Rigidez-masa en x [N·m ⁻¹ ·kg ⁻¹]	Rigidez-masa en y [N·m ⁻¹ ·kg ⁻¹]	Rigidez-masa en z [N·m ⁻¹ ·kg ⁻¹]	Tensión interna de cables [N]
Cuatro barras A	564.0608	564.0608	1404.676	506.9885
Cuatro barras B	512.5112	512.5112	971.9906	516.6979
Tres barras A	380.9186	397.7562	1889.631	484.6485
Tres barras B	506.6345	522.298	1312.68	487.4031
Modulo X	726.3895	726.3895	453.0146	611.514
Octaedro expandido	1576.587	1431.921	1250.199	349.2846
Tetraedro A	1157.794	1157.794	1157.794	436.976
Tetraedro B	871.6323	871.6323	871.6323	728.6945

Fuente: elaboración propia.

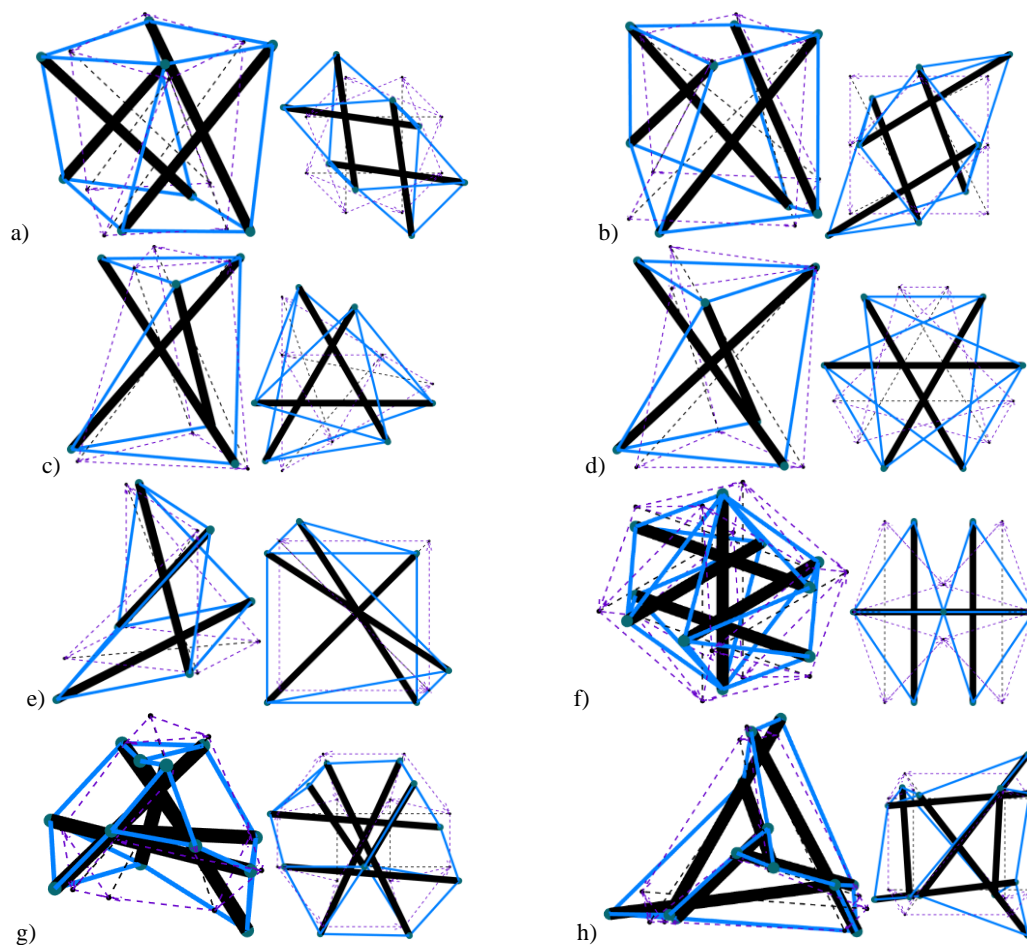


Figura 3. Vista isométrica y superior del modo principal de vibración de las unidades de tensegridad usadas: a) Cuatro Barras A, b) Cuatro Barras B, c) Tres Barras A, d) Tres Barras B, e) Módulo X, f) Octaedro expandido, g) Tetraedro A, h) Tetraedro B. Fuente: elaboración propia.

respuesta a modos de vibración específicos. Las estructuras de cuatro barras A y B muestran un modo de estiramiento donde las barras verticales están bajo tensión y las horizontales bajo compresión, pero con configuraciones de tensiones opuestas entre ellas. En contraste, las estructuras de tres barras A y B exhiben deformaciones distintas: la A se flexiona horizontalmente con la barra central en compresión y las diagonales en tensión, mientras que la B experimenta torsión con las barras externas en tensión y la central en compresión. Además, la estructura de módulo X y el octaedro expandido muestran modos de flexión y expansión respectivamente, con barras que se curvan o elongan de manera específica en respuesta a las fuerzas internas. Por último, los tetraedros A y B presentan modos complejos de torsión y expansión/contracción, evidenciando la capacidad dinámica y la adaptabilidad de las estructuras de tensegridad a diferentes condiciones de carga vibracional.

En la Tabla 4 se detallan las propiedades elásticas y los módulos de Poisson de ocho estructuras de tensegridad,

evaluadas mediante la metodología de la sección 2. Los resultados revelan una considerable variabilidad en estos parámetros, indicando diferencias significativas en la elasticidad y la respuesta a cargas en diferentes direcciones. El octaedro expandido destaca por su alta elasticidad en todas las direcciones, mostrando una estructura extremadamente rígida y resistente a la deformación. Por otro lado, el tetraedro A y B exhiben una elasticidad alta y uniforme en todas las direcciones, sugiriendo una rigidez isotrópica similar al octaedro expandido, pero ligeramente inferior. En cuanto a los módulos de Poisson, el Módulo X muestra una alta expansión lateral en el plano xy , mientras que el octaedro expandido es prácticamente incompresible lateralmente, comportándose de manera similar a materiales de alto rendimiento. Estas características hacen que el octaedro expandido y los tetraedros sean adecuados para aplicaciones que requieren alta rigidez y baja deformación lateral, mientras que las estructuras de cuatro barras y tres barras ofrecen propiedades más ajustables según las necesidades específicas de rigidez y deformabilidad en diferentes direcciones.

Tabla 4. Propiedades elásticas y módulos de Poisson en las unidades de tensegridad

Propiedades elásticas y módulos de Poisson						
Unidad de tensegridad	Elasticidad en x [MPa]	Elasticidad en y [MPa]	Elasticidad en z [MPa]	Módulo de Poisson xy	Módulo de Poisson yz	Módulo de Poisson xz
Cuatro barras A	410.5611	410.5611	629.4877	0.5856	0.6232	0.6232
Cuatro barras B	383.7137	383.7137	367.5616	0.3640	0.7658	0.7658
Tres barras A	211.6325	187.9205	541.7027	0.2955	0.4147	0.4264
Tres barras B	255.7868	345.8	415.2768	0.2147	0.5831	0.5860
Modulo X	259.848	259.848	454.258	0.8114	0.1558	0.1558
Octaedro expandido	2209.941	2005.881	1751.258	0.0207	0.0231	0.0348
Tetraedro A	1646.667	1646.667	1646.667	0.2417	0.2417	0.2417
Tetraedro B	1436.066	1436.066	1436.066	0.3191	0.3191	0.3191

Fuente: elaboración propia.

En esta sección, se han analizado detalladamente las propiedades físicas, dinámicas y mecánicas de varias unidades de tensegridad, destacando aspectos críticos como los radios de los elementos, la masa y las frecuencias principales de vibración. La relación inversa observada entre la frecuencia principal y la masa de las estructuras subraya la importancia de un diseño óptimo que equilibre rigidez estructural y dinámica eficiente. Las estructuras examinadas han demostrado una notable diversidad en sus modos de deformación bajo cargas dinámicas, desde flexión y estiramiento hasta torsión y expansión/contracción. Estos resultados proporcionan un marco integral para entender cómo diferentes configuraciones de tensegridad pueden adaptarse a diversas condiciones de carga y aplicaciones específicas, facilitando decisiones informadas en el diseño y la implementación de estas innovadoras estructuras en ingeniería y arquitectura.

5. Conclusiones

El análisis de las propiedades de vibración, rigidez, masa y elasticidad de las ocho unidades de tensegridad ha revelado importantes diferencias y similitudes en su comportamiento estructural. Las estructuras de cuatro barras se caracterizan por modos de estiramiento a frecuencias más bajas (96Hz y 117Hz) y deformaciones localizadas principalmente en los puntos medios de las barras, lo que sugiere una mayor rigidez en comparación con las estructuras de tres barras, que muestran modos de vibración más complejos como flexión y torsión a frecuencias más altas (175Hz y 224Hz). Estas diferencias en modos y frecuencias resaltan cómo la geometría y la distribución de masa influyen en la respuesta dinámica de cada configuración.

Por otro lado, las estructuras más complejas como el octaedro expandido y los tetraedros demuestran una capacidad superior para soportar diferentes tipos de deformaciones a frecuencias más altas, reflejando su estabilidad y resistencia bajo cargas multidireccionales. El octaedro expandido, en particular, destaca por su rigidez extrema y mínima

expansión lateral, lo que lo hace ideal para aplicaciones que requieren una alta resistencia a la deformación. Los tetraedros, con su elasticidad alta y uniforme, ofrecen una rigidez isotrópica, adecuada para aplicaciones que necesitan una consistencia estructural en todas las direcciones.

Finalmente, las diferencias en los modos de vibración y las propiedades de elasticidad entre las estructuras de tres y cuatro barras, junto con las unidades más complejas, subrayan la versatilidad de las estructuras de tensegridad para adaptarse a diversas cargas dinámicas. Las estructuras de tres barras, con su mayor flexibilidad y capacidad de adaptarse a diferentes tipos de cargas, son más adecuadas para aplicaciones que requieren adaptabilidad y deformabilidad controlada, mientras que las configuraciones de cuatro barras y las estructuras de octaedro y tetraedro ofrecen una mayor estabilidad y resistencia, siendo ideales para aplicaciones más exigentes y a gran escala.

Reconocimiento

Los autores agradecen a la Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), a través del Programa de Excelência Acadêmica (PROEX), por el apoyo financiero en el proceso con número 88887.685173/2022–00.

6. Referencias

- [1] Vespignani, M., Friesen, J. M., SunSpiral, V., & Bruce, J. (2018). Design of SUPERball v2, a Compliant Tensegrity Robot for Absorbing Large Impacts. *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS) IEEE* [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1109/iro.2018.8594374
- [2] Yin, X., Zhang, S., Xu, G.-K., Zhang, L.-Y., & Gao, Z.-Y. (2020). Bandgap characteristics of a tensegrity metamaterial chain with defects. *Extreme Mechanics Letters*, vol. 36, 100668 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1016/j.eml.2020.100668

- [3] Wang, R., Goyal, R., Chakravorty, S., & Skelton, R. E. (2020). Model and Data Based Approaches to the Control of Tensegrity Robots. *IEEE Robotics and Automation Letters*, vol. 5, pp. 3846–3853 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1109/lra.2020.2979891
- [4] Zhao, W., Pashkevich, A., Klimchik, A., & Chablat, D. (2021). Elastostatic Modeling of Multi-Link Flexible Manipulator Based on Two-Dimensional Dual-Triangle Tensegrity Mechanism. *Journal of Mechanisms and Robotics*, vol. 14 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1115/1.4051789
- [5] Ma, S., Chen, M., & Skelton, R. E. (2022). Dynamics and control of clustered tensegrity systems. *Engineering Structures*, vol. 264, 114391 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1016/j.engstruct.2022.114391
- [6] Guacheta-Alba, J. C., Valencia-Castaneda, A. J., Max Suell, M. S., Aviles, O. F., & Mauledoux, M. (2023). New Approaches and Recent Applications of Tensegrity Structures. *Journal of Engineering Science and Technology Review*, vol. 16, pp. 1–12. [en línea]. Disponible en: doi.org/10.25103/jestr.165.01
- [7] Zhang, X., Nie, R., Chen, Y., & He, B. (2021). Deployable Structures: Structural Design and Static/Dynamic Analysis. *Journal of Elasticity*, vol. 146, pp. 199–235 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1007/s10659-021-09860-6
- [8] Guacheta-Alba, J. C., Valencia-Castaneda, A. J., Dutra, M. S., Mauledoux, M., & Aviles, O. F. (2024). Tensegrity Approaches for Flexible Robots: A Review. *Lecture Notes in Networks and Systems*, pp. 52–62. Springer Nature Switzerland. [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1007/978-3-031-47272-5_5
- [9] Kan, Z., Peng, H., Chen, B., & Zhong, W. (2018). A sliding cable element of multibody dynamics with application to nonlinear dynamic deployment analysis of clustered tensegrity. *International Journal of Solids and Structures*, vol. 130-131, pp. 61–79 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.10.012
- [10] Kan, Z., Peng, H., Chen, B., & Zhong, W. (2018). Nonlinear dynamic and deployment analysis of clustered tensegrity structures using a positional formulation FEM. *Composite Structures*, vol. 187, pp. 241–258 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1016/j.compstruct.2017.12.050
- [11] Dong, Y., Ding, J., Wang, C., & Liu, X. (2021). Kinematics Analysis and Optimization of a 3-DOF Planar Tensegrity Manipulator under Workspace Constraint. *Machines*, vol. 9, pp. 256 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.3390/machines9110256
- [12] Feng, X., Miah, M. S., & Ou, Y. (2018). Dynamic behavior and vibration mitigation of a spatial tensegrity beam. *Engineering Structures*, vol. 171, pp. 1007–1016 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1016/j.engstruct.2018.01.045
- [13] Shekastehband, B., & Ayoubi, M. (2019). Nonlinear dynamic instability behavior of tensegrity grids subjected to impulsive loads. *Thin-Walled Structures*, vol. 136, pp. 1–15 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1016/j.tws.2018.11.031
- [14] Martins, D., & Gonçalves, P. J. (2019). On the dynamics of a smart tensegrity structure using shape memory alloy. *Journal of Physics: Conference Series*, 1264, 012001 [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1088/1742-6596/1264/1/012001
- [15] Popescu, A. M., Goyal, R., & Majji, M. (2021). Design and Control of a Tensegrity Torus Spacecraft Composed of Reconfigurable Units. *AIAA Scitech 2021 Forum. American Institute of Aeronautics and Astronautics* [en línea]. Disponible en: doi.org/10.2514/6.2021-1387
- [16] Sabouni-Zawadzka, A. A., & Gilewski, W. (2019). Soft and Stiff Simplex Tensegrity Lattices as Extreme Smart Metamaterials. *Materials*, vol. 12, pp. 187. [en línea]. Disponible en: doi.org/10.3390/ma12010187
- [17] Fraternali, F., & Santos, F. (2019). Mechanical modeling of superelastic tensegrity braces for earthquake-proof structures. *Extreme Mechanics Letters*, vol. 33, 100578. [en línea]. Disponible en: doi.org/10.1016/j.eml.2019.100578