

# Análisis de juntas flexibles de eje único para su aplicación en configuraciones mecánicas espaciales de lazo cerrado

Ricardo Yáñez-Valdez<sup>1</sup>, Jesús R. Olvera-Martínez<sup>2</sup>

Centro de Diseño Mecánico e Innovación Tecnológica, Facultad de Ingeniería UNAM, México.

<sup>1</sup>ryv77@gmail.com, <sup>2</sup>bob.robert.roal@gmail.com

## Resumen

En este trabajo se estudian las juntas flexibles de eje único con miras a su implementación en configuraciones espaciales de lazo cerrado en las que predominan las juntas de par inferior. Se revisaron distintos perfiles de juntas flexibles de eje único reportados en la literatura, se analizaron, vía elemento finito, y se sometieron a pruebas de carga por flexión con el propósito de discriminar aquellos perfiles propensos a fallar. Se seleccionó el perfil con el mejor desempeño y se centró su análisis como elemento elástico, se obtuvo la rigidez en cada eje traslacional y rotacional y se consideraron dos materiales. Se implementó en una configuración espacial de lazo cerrado de 3 grados de libertad, vía software, y se especificaron propiedades de masa y momentos de inercia. Si bien, se comprobó que las juntas flexibles otorgaron una mayor rigidez a la estructura mecánica, no se puede recomendar su implementación categóricamente en estructuras espaciales de lazo cerrado en las que se requiere proporcionar un recorrido deseado para el efector final al accionar uno o más actuadores.

**Palabras clave:** juntas flexibles; máquina cinemática paralela; mecanismos compatibles; rigidez.

## Abstract

In this work, single-axis flexible joints are studied with the purpose of applying them in closed-loop spatial configurations in which revolute pairs dominate. Different options of single-axis flexible joints reported in the literature were reviewed. They were analyzed, via finite element method, and subjected to bending load tests with the purpose to separate those profiles prone to failure. The profile with the best result was selected and its analysis was focused as an elastic element, obtaining the rigidity in each translational and rotational axis taking into account two materials. It was implemented in a 3-degree-of-freedom closed-loop spatial configuration, via software, and mass properties and moments of inertia were specified. Although it was proven that flexible joints provided greater rigidity to the mechanical structure, their implementation cannot be recommended in closed-loop spatial structures in which it is required to provide a desired path for the end-effector of the mechanism by actuating one or more joint motors.

**Keywords:** flexure hinges; compliant mechanism; parallel kinematic machine; stiffness.

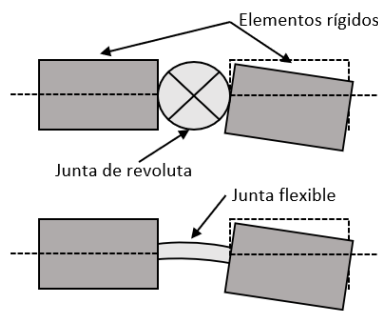
## 1. Introducción

Las juntas flexibles son los componentes principales de los mecanismos compatibles. Estos mecanismos producen movimientos similares a aquellos compuestos de elementos discretos en forma de eslabones rígidos o resortes conectados por juntas de varios tipos, sólo que con menos partes o pocas (incluso nulas) juntas físicas. Las aplicaciones típicas de este tipo de mecanismos se remontan a miles de años, convirtiéndose en un tema crítico en diversos campos (Ling et al., 2020; Ling et al., 2022).

Se define a una articulación flexible como aquel miembro delgado que proporciona la rotación relativa entre dos miembros rígidos adyacentes a través de la

flexión, como se muestra en la Figura 1. Donde una junta rotacional convencional es comparada con una articulación flexible.

A diferencia de las conexiones mecánicas rígidas que permiten diferentes grados de libertad cinemáticos, una articulación flexible solo puede proporcionar una rotación relativa limitada entre dos elementos rígidos (Zhu et al., 2019). Sin embargo, la rotación relativa producida durante la flexión de la bisagra flexible no presenta como tal un “centro” entre los elementos adyacentes, a diferencia de las juntas de revolución que permiten una rotación relativa pura entre un eje y un agujero acoplados concéntricamente.



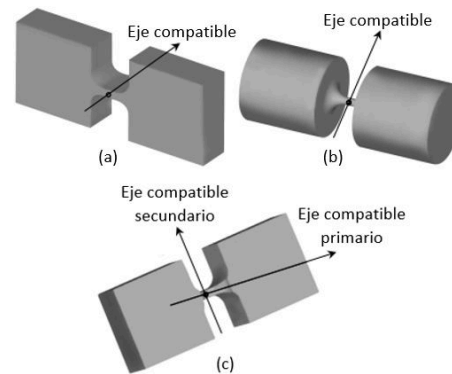
**Figura 1.** Dos eslabones rígidos están conectados por a) una junta de revolución, b) una junta flexible (Lobontiu, 2002).

Una articulación flexible es monolítica con el resto del mecanismo para la gran mayoría de aplicaciones, y de ahí sus ventajas frente a las juntas clásicas de rotación. Estas ofrecen ciertas ventajas como ausencia de fricción, holgura, desgaste y requisitos mínimos de montaje (Ling et al., 2020). Las articulaciones flexibles experimentan una deformación elástica en relación con las regiones adyacentes más rígidas. La diferencia de flexibilidad y rigidez se alcanza por las características geométricas de las regiones de deformación y dependiendo de estas características, las articulaciones flexibles a menudo se diseñan con ejes simples o múltiples.

Las articulaciones flexibles de dos ejes son aquellas que permiten la rotación relativa en dos ejes mutuamente perpendiculares, generalmente a diferentes velocidades de flexión. Las bisagras de flexión que tienen simetría rotacional pueden presentar flexión en cualquier eje que sea perpendicular a la dirección axial. Estas últimas se conocen como articulaciones flexibles de varios ejes. El eje en el que ocurre la flexión se conoce como eje compatible. La Figura 2 muestra articulaciones flexibles de uno, dos y varios ejes. Puede observarse la dependencia recíproca entre la geometría de una articulación flexible y la aplicación en la que se incorpora, es decir, las articulaciones flexibles de un eje tendrán una flexión bidimensional; en un plano, mientras que las articulaciones flexibles de dos o varios ejes se aplicarán para rotaciones relativas espaciales, o bien, en más planos. La aplicación de articulaciones flexibles de un eje se presenta en mecanismos compatibles bidimensionales, es decir, mecanismos que tienen movimiento plano. Mientras que las articulaciones flexibles de dos y varios ejes se implementan en aplicaciones tridimensionales, es decir, en mecanismos en los que es necesario producir una rotación relativa alrededor de dos o varios ejes compatibles.

La gran mayoría de los mecanismos compatibles han sido diseñados para aplicaciones que demandan movimiento en el plano y no ha sido explorada en su totalidad la idea de implementar juntas flexibles de un

eje en mecanismos espaciales. Esto implica establecer la siguiente hipótesis: *La rotación relativa que desarrolla una articulación flexible de eje único podría suplir a las articulaciones de revolución en el diseño de configuraciones mecánicas espaciales.* Para confirmar o negar dicha hipótesis será necesario estudiar el desempeño de una configuración espacial, en concreto de lazo cerrado, conformada predominantemente de juntas de revolución.



**Figura 2.** Tipos de articulaciones flexibles: a) con eje único, b) con varios ejes y c) con dos ejes compatibles (Lobontiu, 2002).

En este trabajo se explorará la posibilidad de sustituir a las juntas convencionales de revolución por bisagras flexibles de un eje con miras a ser aplicadas en configuraciones espaciales de lazo cerrado porque son las configuraciones que demandan una combinación de movimientos de más de una cadena cinemática. Para este propósito, se seleccionará, al menos, una junta flexible para adaptarla a una configuración espacial de 3 grados de libertad traslacionales, enseguida, se analizará su movilidad y su rigidez.

## 2. Juntas flexibles

Una parte estructural de un mecanismo compatible puede verse como una junta flexible, que permite al menos un movimiento relativo debido a la deformación, normalmente está limitado a un área localizada. Dependiendo de la forma del movimiento relativo, existen tres tipos de juntas con un grado de libertad ( $GDL = 1$ ); el par de revolución, el par prismático y el par de tornillo (Tabla 1).

Al contrario de las uniones de cuerpo rígido, en las que dos eslabones rígidos forman un par cerrado o cerrado por fuerza, los eslabones vecinos de un mecanismo flexible están conectados entre sí de una manera materialmente coherente. Por lo tanto, se puede lograr una mayor conformidad mediante una variación de la geometría y/o una variación del material.

**Tabla 1.** Clasificación de articulaciones con un GDL mediante la forma de movimiento relativo (Linß, et al., 2019).

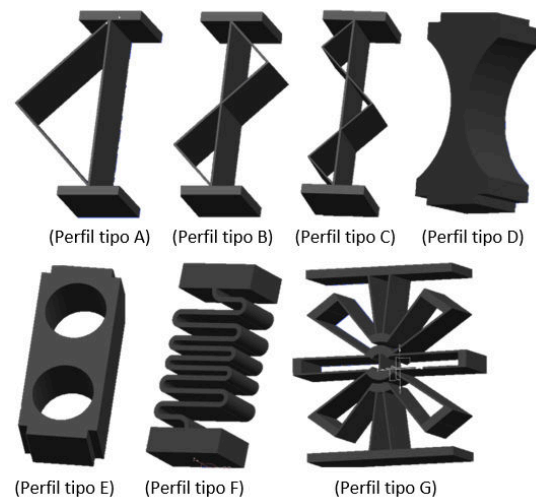
Tipo de junta	símbolo	Junta de cuerpo rígido	Junta flexible
Par de revoluta			
Junta prismática			
Junta helicoidal			

Las juntas flexibles también plantean desafíos de diseño. El comportamiento de una junta flexible es sensible a su geometría, por lo tanto, una alta precisión dimensional durante la fabricación es esencial y también se requiere una calibración posterior a la fabricación. Las juntas flexibles también son susceptibles a roturas y fatiga, por lo que deben diseñarse para soportar la fuerza y el desplazamiento esperados en una aplicación determinada. Las juntas flexibles también pueden ser sensibles a la variación de temperatura como resultado de la expansión y contracción térmica. El movimiento de las articulaciones flexibles también puede ser bastante complejo. Por ejemplo, un tipo común de junta flexible, la bisagra de muesca circular, con frecuencia se aproxima a una junta rotacional pura, sin embargo, la deformación real también implica traslación. Las desviaciones cinemáticas son causadas por el centro de rotación instantáneo que no tiene una posición fija con respecto a los eslabones rígidos, pero se mueve durante la deflexión (Howell and Midha, 1995), (Hesselbach and Raatz, 2000). En Howell (2001) y Smith (2000) se pueden encontrar tratamientos exhaustivos de la caracterización y el diseño de las uniones y mecanismos de flexión.

La función de una junta flexible consiste en permitir la rotación en algunas direcciones mientras confiere soporte estructural. A continuación, se seleccionará un perfil de junta flexible de eje único.

### 3. Selección de un perfil

Después de hacer una revisión exhaustiva, se eligieron los perfiles de juntas flexibles de eje único más representativos (Figura 3) (Howell, 2001; Fowler, 2014; Qiu, 2021; Yang, 2019; Zhu, 2019); a) arreglo en serie de resortes en paralelo (perfiles A, B y C), b) tipo muesca (perfil D), c) tipo bloque con agujeros (perfil E), d) de rigidez variable (perfil F) y e) tipo monolítica rotativa (perfil G).

**Figura 3.** Perfiles de juntas flexibles de eje único. Fuente: elaboración propia.

#### 3.1. Evaluación de los perfiles

En una junta flexible simétrica, donde el centro de rotación ocurre en el centro de simetría y los efectos producidos por fuerzas cortantes, torsión o cargas axiales son despreciables, la tensión producida por la carga de flexión varía a lo largo de la sección transversal de la junta flexible, desplazando así el centro de rotación debido a las deformaciones elásticas causadas durante la flexión de la pieza. Las tensiones máximas se presentan en las secciones empotradas de la junta flexible además de presentarse en el vértice de la sección transversal donde los efectos debido a estas cargas son máximos. En consecuencia, el esfuerzo máximo se produce donde la tensión causada debido a la flexión es máxima (Lobontiu, 2002). En otras palabras, la tensión máxima se presenta en el centro de la pieza, o centro de simetría, cuando una bisagra flexible simétrica está sometida a condición de flexión pura con un solo pivote de flexión. A pesar de que presentan la tensión máxima los extremos empotrados, estos exhibirán una deformación nula si se consideran rígidos los elementos a los que están ensamblados, mientras que la máxima deformación y tensión se presentarán en el centro de la pieza (Howell, 2013).

Existen 2 tipos de condición de cargas aceptados y equivalentes (Fowler, 2014). i) un perfil se encuentra sometido a carga en los extremos y tiene una restricción fija en el centro de la pieza, o bien, ii) un perfil se encuentra empotrado en los extremos y es sometido a una carga en el centro de la pieza.

Ambas condiciones producen los mayores esfuerzos y deformaciones en el centro de la pieza, sin embargo, considerar fijos los extremos de las bisagras flexibles entregarán el resultado de un desplazamiento nulo en las bases del perfil. Por lo tanto, esta condición será

desarrollada para la mayoría de los perfiles sometidos a prueba.

Algunos perfiles tienen el problema de que el centro de la pieza se desplaza sin presentar una rotación relativa entre los extremos de este, sin importar cuál de las condiciones de carga anteriores sea desarrollada. Por lo tanto, estos perfiles se someterán a prueba bajo una condición de carga en el que se encuentra empotrado un extremo del perfil mientras el otro extremo se encuentra sometido a carga.

Intuitivamente esta condición de carga pareciera no ser equivalente a cualquiera de las condiciones citadas, debido a que se tiene un extremo que no presenta desplazamiento mientras el otro extremo presenta el mayor desplazamiento de la pieza. Sin embargo, la región con mayores desplazamientos y deformaciones seguirá siendo el centro del perfil. Además, que el comportamiento de la pieza durante la flexión será el mismo sea que tenga la carga en un extremo mientras el otro se encuentra empotrado, así como si presenta ambos extremos empotrados y la carga en su centro o la carga en los extremos y el centro restringido a tierra.

Según el tipo de carga (flexión, torsión, tracción y compresión) al que se someta la bisagra flexible se tendrán diferentes respuestas. Por lo tanto, inicialmente se analizará el comportamiento de las diferentes articulaciones flexibles seleccionadas en condiciones de flexión pura. Posteriormente se obtendrá la rigidez en los ejes traslacionales y rotacionales del perfil seleccionado y se estudiará su comportamiento frente a diferentes cargas de flexión, torsión, tracción y compresión para caracterizarlo como elemento elástico.

### 3.2. Prueba de sensibilidad de malla

Antes de realizar cualquier prueba de elemento finito, se realizó una prueba de sensibilidad de malla, Tabla 2. La caracterización de los perfiles como elemento elástico se desarrollará considerando un tamaño de malla de 1 mm porque no implica un gran costo computacional y permite un estudio más completo del comportamiento del perfil sometida a las diferentes condiciones de restricción y carga.

### 3.3. Primera prueba: Comportamiento de los perfiles ante condición de carga por flexión

La condición de carga por flexión consiste en restringir los extremos de los perfiles mientras se coloca la carga en el centro de la pieza. Para realizar la primera condición de carga, se comprobó que una fuerza en el centro de cada pieza de 500 N era a penas suficiente para flexionar la mayoría de las juntas. Se

cuidó en especificar un mismo tamaño en todos los perfiles; longitud de pieza 60 mm, espesor 3 mm, extrusión de pieza 20 mm. El análisis de carga contempla la dirección de la fuerza para determinar si los efectos de la deformación son dependientes del sentido de la fuerza en el centro del perfil. Los resultados se muestran en la Tabla 3 y Figura 4.

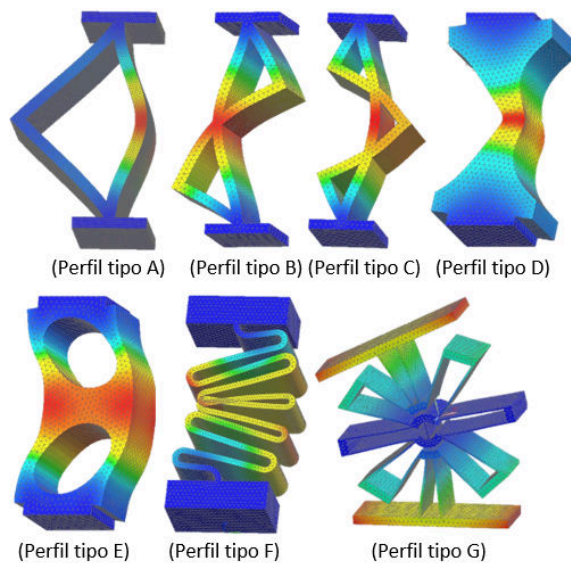
**Tabla 2.** Prueba de sensibilidad de malla.

Carga: F=50N. Dimensiones de los prototipos: Espesor = 0.7 mm, Ancho = 20 mm, Largo = 60 mm				
Iteración	Desp. [mm]	Esfuerzo [Mpa]	Tamaño de malla [mm]	Error relativo [%]
1	1.407	76.594	5	---
2	1.414	79.269	4	3.49
3	1.415	80.553	3.5	1.62
4	1.418	81.827	3	1.58
5	1.42	82.544	2.5	0.87
6	1.421	83.592	2	1.27
7	1.424	84.927	1.5	1.60
8	1.425	86.24	1	1.55
9	1.426	87.29	0.61	1.22

**Tabla 3.** Resultados de la primera prueba.

Condiciones de carga: F = 500N Dimensiones de los prototipos: Espesor = 3 mm, ancho = 20 mm, Largo = 60 mm						
Tipo de articulación	Deformación hacia la izquierda			Deformación hacia la derecha		
	Desp [mm]	Esf. [MPa]	Def.	Desp [mm]	Esf. [MPa]	Def.
A Resorte en paralelo	1.62	43.56	0.02	1.628	43.56	0.02
B Resortes en paralelo (2)	0.69	23.59	0.001	0.697	23.59	0.001
C Resortes en paralelo (3)	0.44	19.67	0.001	0.441	19.67	0.001
D Resorte en paralelo con arco	0.46	12.73	0.006	0.468	12.73	0.006
E Resortes en paralelo con arco (2)	1.27	15.75	0.007	1.273	15.75	0.007
F Articulación tipo muesca	0.02	2.588	0.001	0.025	2.588	0.001
G Bloque con agujeros	0.05	2.544	0.001	0.059	2.544	0.001
H Rigidez variable	21.6	97.02	0.045	21.63	97.02	0.045
I Flex-16	362	648.94	0.151	362.3	648.9	0.151

Los datos de la Tabla 3 comprueban que el perfil simétrico de los segmentos que comprenden las bisagras flexibles permite que la deformación y esfuerzos desarrollados durante la flexión sean iguales, independientemente del sentido de la carga aplicada.



**Figura 4.** Comportamiento de cada perfil frente a la condición de carga. Fuente: elaboración propia.

### 3.3.1. Comportamiento de las juntas flexibles

#### Junta flexible tipo A (resorte paralelo)

Según los resultados de la prueba podemos ver que la mayor deformación se genera en el centro del segmento más largo, mientras el elemento formado por catetos sufre una deformación menor. Esto significa que el elemento formado por catetos provee de mayor rigidez al perfil.

#### Juntas flexibles tipo B y C (arreglo en serie de resortes en paralelo)

Estos perfiles se desarrollaron a partir de la geometría de la junta tipo A, se agregaron al arreglo resortes en paralelo, los elementos formados por catetos deben de colocarse en lados opuestos para permitir una buena distribución de fuerzas. Este principio les permite obtener la misma flexión a una menor carga aplicada puesto que mejora la propiedad de rigidez, además de desarrollar una mejor distribución de fuerzas. En la Figura 4 (perfil tipo B) se observa que tanto la mayor deformación como los mayores esfuerzos se encuentran en el nodo coincidente de ambos resortes en paralelo. Lo que indica que esta región de la pieza puede ser un concentrador de esfuerzos debido al cambio de geometría. Mientras que en el caso del perfil tipo C tenemos la región de mayor deformación al centro de la viga, como sucede con la junta tipo A.

La junta tipo B desarrolla un mayor desplazamiento en sus nodos, de igual manera genera mayores esfuerzos bajo las mismas condiciones de carga. La junta tipo C desarrolla una mayor deformación a lo largo del perfil, lo que indica que puede alcanzar un mayor ángulo de flexión a un menor esfuerzo y desplazamiento en sus nodos. Básicamente, la junta tipo C es más flexible que las juntas tipo A y B.

#### Junta tipo D (articulación tipo muesca)

La geometría de este perfil está limitada por un arco de cada lado, esto genera que, cuando está sometida a flexión una parte del elemento se encuentra sometido a cargas de tracción mientras la otra parte se encuentra sometido a regiones de compresión, es decir, la articulación tipo muesca también desarrolla el comportamiento de un resorte autocontenido. Esta articulación se caracteriza por ser del tipo de articulaciones flexibles con menor deformación y puede soportar mayores esfuerzos. Se ha documentado que sus deformaciones no superan el orden de micrómetros (Yang, 2019), lo cual se comprueba en la Tabla 3. Este perfil presenta una alta resistencia a la flexión, una baja deformación con el mínimo desplazamiento de nodos con un bajo esfuerzo frente a la misma condición de carga. Sin embargo, es un perfil inconvenientemente rígido para sustituir articulaciones de revolución que requieran una amplia rotación relativa.

#### Junta tipo E (bloque con agujeros)

En la Figura 4 se muestra cómo los agujeros provocan que haya un arco de material sometido a compresión, por un lado, mientras el otro lado tiene un arco sometido a tracción, en consecuencia, este perfil también desarrollará el comportamiento de un resorte autocontenido, además de comportarse como un resorte direccional debido a que la sección que está sometida a flexión presentará una rigidez diferente a la sección que está sometida a compresión. Este perfil es el que desarrolla un menor esfuerzo a una mínima deformación y desplazamiento de nodos. Sin embargo, al igual que el perfil tipo E, es un perfil inconvenientemente rígido para sustituir articulaciones de revoluta que requieran una amplia rotación relativa.

#### Junta tipo F (articulación de rigidez variable)

El hecho de que las secciones circulares tengan un diferente radio permite desarrollar deformación a nivel local en algunas secciones dependiendo de la carga aplicada, es decir, con cargas pequeñas sólo se deformarán las secciones con menor radio mientras que las secciones de mayor radio serán deformadas cuando se alcance una carga mayor. Esto le permite alcanzar una mayor flexión, y a su vez, una mayor deflexión. Sin embargo, también sufre de mayores esfuerzos como puede apreciarse en la Tabla 4. Por sus características geométricas y la variación en los radios de cada sección, esta articulación es propensa a generar fuerzas remanentes, lo que provocaría fatiga y una eventual falla. Además de que parece tener tendencia a ser inestable.

#### Junta tipo G (monolítica rotativa)

En este perfil los segmentos con mayor espesor son quienes aportan rigidez a la estructura mientras que



los segmentos delgados son aquellos que se deforman y permiten flexión, permitiéndole alcanzar la mayor deformación y desplazamiento en los nodos. Este perfil es el que desarrolla una mayor deformación y desplazamiento de nodos lo que permite un mayor ángulo de flexión con respecto a los demás perfiles y por ello una mayor movilidad.

### 3.4. Comportamiento de los perfiles ante una diferente condición de carga de flexión y espesor de segmentos

Para generar una deformación que permita comparar el comportamiento de cada perfil ante las mismas condiciones de carga se requiere una carga abrupta. Se realizó la misma prueba FEM para los perfiles A, B, C, F y G con un menor espesor (0.7 mm) y una carga aplicada de 50 N. Los perfiles D y E ya no fueron considerados debido a su comportamiento durante la prueba anterior. Los resultados de esta segunda prueba se muestran en la Tabla 4.

### 3.5. Prueba de deflexión en prototipos

Al comparar los datos numéricos de las Tablas 3 y 4 se observa que se mantuvo muy similar el comportamiento de los perfiles frente a las condiciones de carga, no obstante, la reducción de espesor en los segmentos permite observar una mayor deformación a una menor carga.

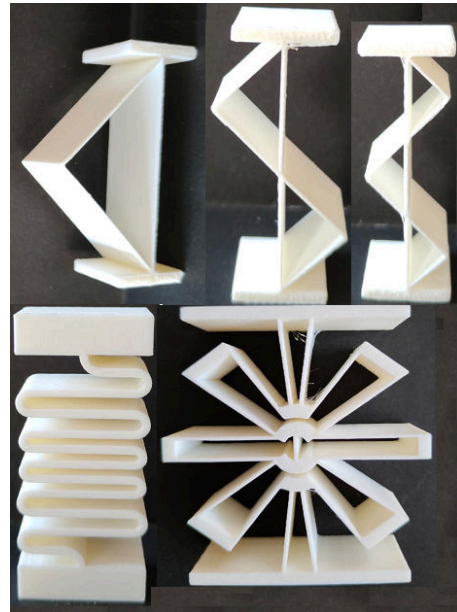
**Tabla 4.** Resultados de la segunda prueba.

Condición de carga: $F = 50\text{ N}$ Dimensiones de los prototipos: Espesor = 0.7 mm, Ancho = 20 mm, Largo = 60 mm							
Tipo de articulación	Deformación hacia la izquierda			Deformación hacia la derecha			
	Desp. [mm]	Esf. [MPa]	Def.	Desp. [mm]	Esf. [MPa]	Def.	
A Resorte en paralelo	1.54	14.62	0.007	1.54	14.62	0.007	
B Resortes en paralelos (2)	2.03	19.68	0.009	2.03	19.68	0.009	
C Resortes en paralelos (3)	1.43	23.46	0.011	1.43	23.46	0.011	
F Rigidez variable	2.46	10.67	0.005	2.46	10.67	0.005	
G Flex-16	69.38	66	0.031	69.38	66	0.031	

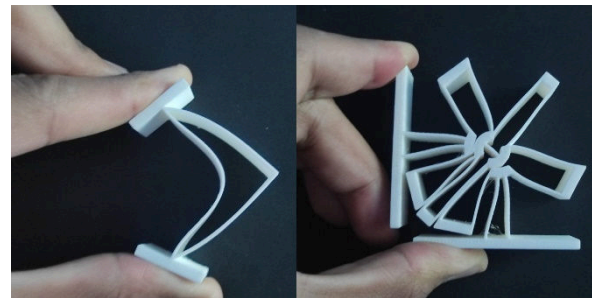
Se fabricaron los perfiles por manufactura aditiva con material ABS, Figura 5.

Se les sujetó de los extremos y se les aplicó una carga de forma que se presentara flexión, similar a la que se desarrollaría entre los eslabones acoplados. A diferencia de las pruebas FEM, la carga se le aplicó en los extremos y se mantuvo fijo el centro de la pieza. Sin embargo, se respetó el principio de cargas equivalentes, de manera que la máxima deformación se presentará en el centro de cada perfil, no se observaron deformaciones en los extremos de cada perfil. Posterior a ello, se midió el mayor ángulo de

flexión antes de la falla (Figura 6). Los resultados de esta prueba se muestran en la Tabla 5.



**Figura 5.** Algunos perfiles fabricados con material ABS. Fuente: elaboración propia.



**Figura 6.** Pruebas de flexión en prototipos.

**Tabla 5.** Ángulos de flexión antes de llegar a la falla de cada perfil sometido a cargas de flexión.

Prueba de flexión de prototipos físicos			
Tipo de articulación	Flexión hacia la izquierda [°]	Flexión hacia la derecha [°]	Rango de movilidad [°]
A Resorte en paralelo	51	59	110
B Resortes en paralelos (2)	81	42	123
C Resortes en paralelos (3)	52	49	101
D Resorte en paralelo con arco	43	33	76
H Rigidez variable	60	60	120
I Flex-16	101	103	204

Se probaron diferentes ángulos de flexión según el sentido de las cargas aplicadas. Todas las articulaciones flexibles presentan un ángulo de flexión aceptable. Sin embargo, la articulación tipo G es la

que permite la mayor rotación relativa entre sus extremos, de manera que es esta la junta seleccionada.

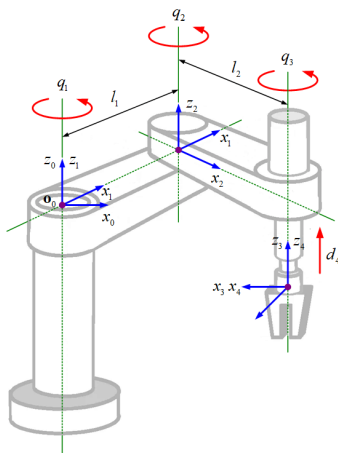
#### 4. Aplicación de articulaciones flexibles en estructuras tridimensionales

##### 4.1. Estructuras tridimensionales

En robótica, los brazos de 3 y 4 grados de libertad representan una gran proporción de todos los robots en uso. En particular, los robots cartesianos (robots traslacionales) y la arquitectura SCARA (por sus siglas en inglés Selective Compliant Assembly Robot Arm) (Makino y Furuya, 1982).

##### 4.1.1. Mecanismos espaciales de lazo abierto

Idealmente las juntas flexibles de eje único sólo pueden desarrollar flexión alrededor de un eje, lo que propicia su implementación en cadenas cinemáticas de lazo abierto donde los eslabones describen el movimiento en el mismo plano o planos paralelos entre sí. Por ejemplo, una estructura similar a una configuración de brazo robótico SCARA que se muestra en la Figura 7 podría presentar juntas de eje único debido a que los eslabones superiores presentan movimiento en planos paralelos. Un brazo robótico SCARA presenta las dimensiones  $l_1$  y  $l_2$  que implica la longitud de los eslabones mientras  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$  implican la capacidad de rotación de cada articulación, así como  $d_4$  implica la capacidad de moverse en el eje vertical del actuador final, además cada articulación presenta un sistema de ejes coordenados local.



**Figura 7.** Brazo robótico de configuración SCARA (Lavin et al., 2020)

##### 4.1.2. Mecanismos espaciales de lazo cerrado

Los mecanismos de lazo cerrado presentan ventajas asociadas a su buena relación masa del mecanismo con respecto a la carga que debe soportar, lo que se traduce en proveer buena rigidez, requerir menor

energía para su operación y reducir su inercia debido al uso de menos elementos robustos (Kausar et al., 2021; Rosyid et al., 2020; Shen et al., 2020; Zhang, 2010). Estas ventajas permiten implementarlos como arquitecturas de máquinas herramienta de lazo cerrado o también llamados PKM (por sus siglas en inglés Parallel Kinematic Machine) (Russo et al., 2024).

##### 4.1.3. Configuración 3PRRR

La configuración paralela 3PRRR básica consta de tres cadenas cinemáticas idénticas (Gosselin et al., 2007). Cada cadena tiene un actuador montado en la base, que permite la traslación en una dirección fija y una movilidad en el plano. Para que el mecanismo sea isotrópico, los planos de movimiento de las tres cadenas planas deben ser ortogonales. En esta configuración, el desplazamiento de la plataforma móvil a lo largo de un eje cartesiano dado es directamente proporcional al desplazamiento de cada actuador lineal.

##### 4.2. Implementación del perfil seleccionado en la configuración 3PRRR

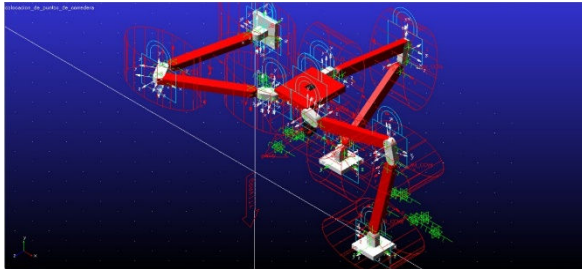
Se implementó la junta flexible seleccionada en la estructura de máquina tridimensional 3PRRR. Características, como tamaño, operación y desempeño, de esta configuración fueron desarrolladas en Yáñez et al. (2021) como alternativa de máquina herramienta. Se realizó un análisis de dinámica de mecanismos en el software Adams View donde se modeló la configuración 3PRRR con el perfil seleccionado como juntas flexibles. En mencionado análisis se le otorgaron propiedades de masa y momentos de inercia a cuerpos de geometría simple como cilindros, cubos y prismas, además se modelaron articulaciones flexibles del perfil seleccionado con elementos tipo bushing otorgándoles las características de masa, momento de inercia, rigidez traslacional y rotacional las cuales se obtuvieron en la caracterización del perfil seleccionado como elemento elástico. Adicionalmente, se consideraron diferentes condiciones de operación como un caso estático y casos donde se mueve cada cadena cinemática de manera independiente, Figura 8.

##### 4.2.1. Análisis de movimiento

Para este análisis se contemplaron 2 casos:

- análisis estático,
- análisis de movimiento (ejes X, Y, Z).

Para el análisis se consideraron dos diferentes materiales para las articulaciones; acero comercial y ABS.

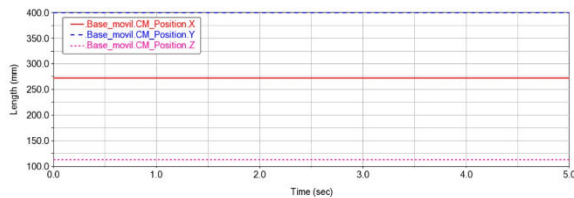


**Figura 8.** Modelo de la PKM 3PRRR en Adams View con restricciones. Fuente: elaboración propia.

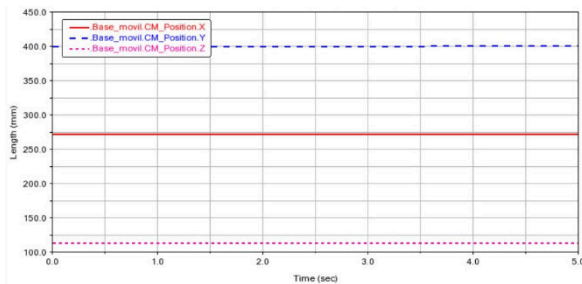
## 5. Resultados

### 5.1. Análisis estático

Se obtuvo un nulo desplazamiento del efector final con articulaciones flexibles de acero, Figura 9, y de ABS, Figura 10, indicando con ello que la estructura es estable.



**Figura 9.** Desplazamiento del efector final de la PKM con bisagras de acero.



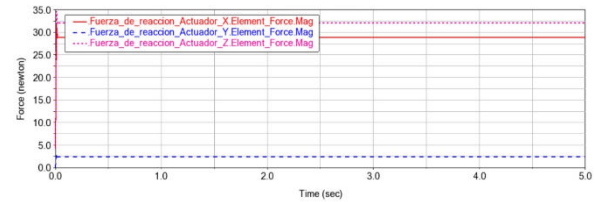
**Figura 10.** Desplazamiento del efector final de la PKM con bisagras de ABS.

Se comprobó la distribución de carga en cada cadena cinemática. Estas fueron diferentes en magnitud, Figura 11 y 12.

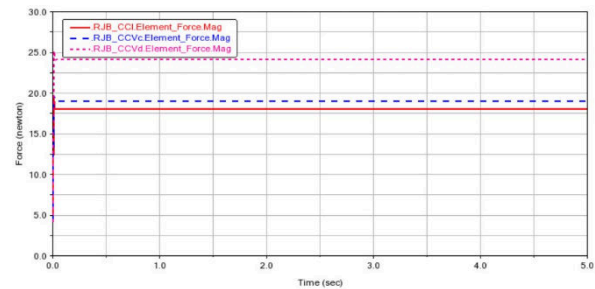
### 5.2. Análisis de movimiento

Para analizar el comportamiento de la máquina tridimensional 3PRRR con el perfil de bisagra flexible seleccionado, se estudió su dinámica estructural considerando diferentes casos en los que se desplazó cada cadena cinemática de manera independiente mientras las demás se mantuvieron estáticas. Si las articulaciones flexibles permitieran una rotación pura al desarrollar flexión alrededor de un único eje, el desplazamiento de la base móvil sería únicamente en un eje, de manera que en las Figuras 13 y 14 se presentaría una pendiente de 45° del desplazamiento

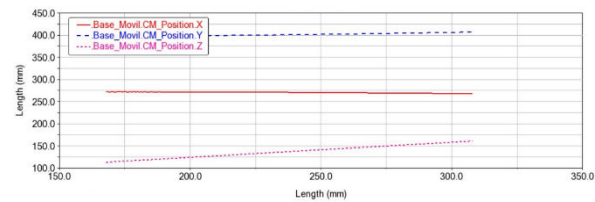
de la base móvil en el eje Y conforme se desplaza el actuador Z mientras el desplazamiento en los demás ejes sería despreciable.



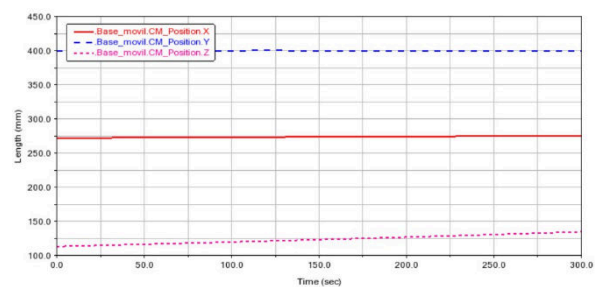
**Figura 11.** Distribución de carga desde el efector final hasta el actuador de la PKM con bisagras de acero.



**Figura 12.** Distribución de carga desde el efector final hasta el actuador de la PKM con bisagras de ABS.



**Figura 13.** Desplazamiento de la base móvil con articulaciones flexibles de acero.



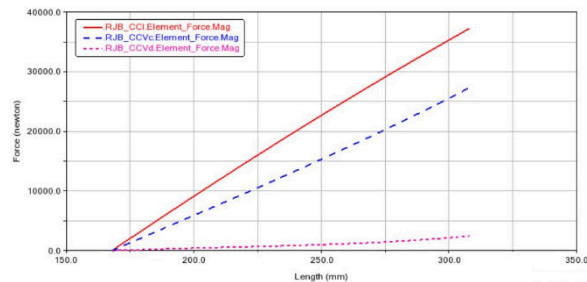
**Figura 14.** Desplazamiento de la base móvil con articulaciones flexibles de ABS.

Sin embargo, en ambas figuras puede observarse que se presenta desplazamiento en los ejes X y Z, además de presentar una menor pendiente en el desplazamiento sobre el eje Y. Pese a que este comportamiento se presenta en menor medida con el material ABS de los perfiles flexibles, independientemente del actuador que se desplace, además de presentar una ligera rotación en la base móvil.

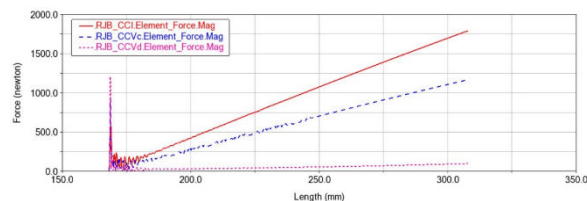
En las Figuras 15 y 16 se observa la distribución de cargas en las bases de las cadenas cinemáticas



conforme se desplaza el actuador Z. Idealmente debería haber una distribución equitativa de cargas en las bases de cada cadena cinemática. Sin embargo, en ambos casos podemos observar que la cadena cinemática del actuador Y es la que mayor carga soporta. Este comportamiento se presenta sin importar qué actuador es desplazado.



**Figura 15.** Distribución de carga desde el efector final hasta el actuador de la PKM con bisagras de acero.



**Figura 16.** Distribución de carga desde el efector final hasta el actuador de la PKM con bisagras de ABS.

## 6. Resultados y conclusiones

En este trabajo se estudiaron las juntas flexibles de eje único con miras a su implementación en configuraciones espaciales en las que predominan las juntas de par inferior; en específico las juntas de revolución. Se revisaron siete perfiles de juntas flexibles de eje único reportados en la literatura, se analizaron, vía elemento finito, y se sometieron a pruebas de cargas por flexión. Se seleccionó un perfil con el mejor desempeño y se centró su análisis como elemento elástico, se obtuvo la rigidez en cada eje traslacional y rotacional, y se consideraron diferentes materiales. La junta seleccionada se implementó en una configuración espacial de lazo cerrado de 3 grados de libertad, vía software, y se especificaron propiedades de masa, momentos de inercia, rigidez traslacional y rotacional. Se comprobó que los perfiles de tipo muesca y bloque con agujeros fueron los que mejor rigidez presentaron, porque fueron los que sufrieron un menor desplazamiento de nodos y menor deformación.

Se comprobó que en los perfiles tipo arreglo de resortes en paralelo disminuye la rigidez ante la aplicación de una misma carga conforme aumenta el número de resortes en paralelo, esto viene acompañado de un aumento en la deformación del perfil, lo que se traduce a que puede desarrollar un

mayor ángulo de flexión. De manera que una alternativa de diseño consiste en agregar resortes en paralelo al arreglo hasta que se obtenga un ángulo de flexión que permita operar sin singularidades el mecanismo sujeto a prueba.

El perfil FLEX 16 fue el que obtuvo la mayor deformación y valores de esfuerzo, además que en conjunto con el perfil de rigidez variable fueron los que obtuvieron los mayores desplazamientos de nodos, permitiendo así desarrollar un mayor ángulo de flexión ante la aplicación de la misma carga en comparación con el resto de los perfiles. Por lo que fueron los perfiles con mejor comportamiento.

Con miras a aplicarse en estructuras espaciales, se seleccionó el perfil Flex 16. Su implementación en una estructura espacial de lazo cerrado (PKM), vía simulación, permitió comprobar que la configuración con articulaciones flexibles puede mantenerse estable en una condición estática con una distribución de cargas desiguales pero constantes. No obstante, las pruebas de movimiento mostraron que el efector final es propenso a sufrir desviaciones en su trayectoria debido a que el movimiento angular de las articulaciones no sigue un movimiento de rotación pura.

Por lo tanto, se rechaza la hipótesis planteada en la sección 1 y se concluye que no puede recomendarse categóricamente la implementación de articulaciones flexibles en estructuras espaciales de lazo cerrado en las que se requiere proporcionar un recorrido deseado para el efector final al accionar dos o más actuadores.

## 7. Agradecimientos

Investigación realizada gracias al Programa de Apoyo a Proyectos de Investigación e Innovación Tecnológica (PAPIIT) de la UNAM <<IT102123 >>

## 8. Referencias

- Fowler, R. M., Maselli, A., Pluimers, P., Magleby, S. P., Howell, L. L., (2014). Flex-16: A large-displacement monolithic compliant rotational hinge. Faculty Publications. 1554. <https://scholarsarchive.byu.edu/facpub/1554>.
- Gosselin, C. M., Masouleh, M. T., Duchaine, V., Richard, P. L., Foucault, S., and Kong, X. (2007). Parallel mechanisms of the multipteron family: kinematic architectures and benchmarking. Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Rome, Italy, 2007, pp. 555-560. doi: 10.1109/ROBOT.2007.363045.

- Hesselbach, J., Raatz, A., (2000) Pseudo-elastic flexure-hinges in robots for micro assembly, *Proc. of SPIE Microrobotics and Microassembly*. 11,4194, 157-167 (2000).
- Howell, L. L. (2013). Introduction to Compliant Mechanisms. In *Handbook of Compliant Mechanisms*. Eds L.L. Howell, S.P. Magleby and B.M. Olsen.  
<https://doi.org/10.1002/9781118516485.ch1>
- Howell, L. L., Midha, A., (1995) Parametric deflection approximations for end-loaded, large deflection beams in compliant mechanisms, *Journal of Mechanical Design* 117(3), 156-165.
- Howell, L. L., (2001). *Compliant Mechanisms*. New York: Wiley.
- Kausar, Z., Shah, M.F., Masood, Z., Rehman, H.Z.U., Khaydarov, S., Saeed, M.T., Razmkhah, O., Yaqoob, H. (2021). Energy efficient parallel configuration based six degree of freedom machining bed. *Energies* 2021, 14, 2642. <https://doi.org/10.3390/en14092642>
- Lavin Delgado, J. E., Chávez Vázquez, S., Gómez Aguilar, J. F., Delgado-Reyes, G., & Ruiz Jaimes, M. A. (2020). Fractional-order passivity-based adaptive controller for a robot manipulator type SCARA. *Fractals*. 28(8) doi:10.1142/s0218348x20400083
- Ling, M., Howell, L. L., Cao, J., Chen, G. (2020). Kinetostatic and dynamic modeling of flexure-based compliant mechanisms: A survey. *Appl. Mech. Rev.*, 72(3): 030802 (19 pages).  
<https://doi.org/10.1115/1.4045679>.
- Ling, J., Ye, T., Feng, Z., Zhu, Y., Li, Y., Xiao, X. (2022). A survey on synthesis of compliant constant force/torque mechanisms. *Mechanism and Machine Theory*, 176: 104970 (29 pages).  
doi.org/10.1016/j.mechmachtheory.2022.104970.
- Linß, S., Henning, S., Zentner, L. (2019). Modeling and design of flexure hinge-based compliant mechanisms. in: J. Mizrahi (Ed.), *Kinematics - Analysis and Applications*, IntechOpen, 2019.
- Makino, H., and Furuya, N. (1982). SCARA Robot and its Family, *Proceedings of the International Conference on Assembly Automation*, 1982, pp. 433–444.
- Qiu, L., Liu, Y., Yu, Y., & Bai, Y. B. (2021). Design and stiffness analysis of a pitch-varying folded flexure hinge (PFFH). *Mechanism and Machine Theory*, 157, 104187.  
doi: 10.1016/j.mechmachtheory.2020.104187.
- Rosyid, A., El-Khasawneh, B. & Alazzam, A. (2020). Review article: Performance measures of parallel kinematics manipulators. *Mech. Sci.*, 11(1), 49-73.  
<https://doi.org/10.5194/ms-11-49-2020>
- Russo, M., Zhang, D., Liu, X. J., & Xie, Z. (2024). A review of parallel kinematic machine tools: Design, modeling, and applications. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 104118.  
<https://doi.org/10.1016/j.ijmachtools.2024.104118>
- Shen, N., Geng, L., Li, J., Ye, F., Yu, Z. & Wang, Z. (2020). Improved stiffness modeling for an exechon-like Parallel Kinematic Machine (PKM) and its application. *Chin. J. Mech. Eng.* 33, 40.  
<https://doi.org/10.1186/s10033-020-00451-5>
- Smith, S. T., (2000). *Flexures: Elements of elastic mechanisms*. New York: Gordon and Breach.
- Yang, M., Zhang, C., Yang, G., Dong, W. (2019). Optimal design and tracking control of a superelastic flexure hinge based 3-prr compliant parallel manipulator," in *IEEE Access*, vol. 7, pp. 174236-174247, 2019, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2954842.
- Yáñez-Valdez R., Luna-Díaz A. I., Cos-Díaz J. J., Cuenca-Jiménez F., Velázquez-Villegas F. (2021). Structural dynamics of a 3 DOF parallel kinematic machine. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, 22(2), 1-13.  
<https://doi.org/10.22201/fi.25940732e.2021.22.2.013>
- Zhang, D. (2010). *Parallel robotic machine tool*. Springer-Verlag US. 1st ed.  
<https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1117-9>
- Zhu, B., Zhang, X., Liu, M. Chen, Q., Li, H. (2019). Topological and shape optimization of flexure hinges for designing compliant mechanisms using the level set method. *Chin. J. Mech. Eng.* 32:13.  
<https://doi.org/10.1186/s10033-019-0332-z>