

## Análisis de la influencia de concentradores de esfuerzo en la propagación de grietas por fatiga

J. Baquero<sup>1</sup>, JA. Mantilla<sup>2</sup>, O. Bohórquez<sup>3</sup>, AD Pertuz<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Grupo de investigación en diseño y manufactura (DIMA), Escuela de ingeniería mecánica, Universidad industrial de Santander, Colombia. Email: [maria2182311@correo.uis.edu.co](mailto:maria2182311@correo.uis.edu.co)

<sup>2</sup> Grupo de investigación en diseño y manufactura (DIMA), Escuela de ingeniería mecánica, Universidad industrial de Santander, Colombia. Email: [jairo2218051@correo.uis.edu.co](mailto:jairo2218051@correo.uis.edu.co)

<sup>3</sup> Grupo de investigación en diseño y manufactura (DIMA), Escuela de ingeniería mecánica, Universidad industrial de Santander, Colombia. Email: [obohorbe@correo.uis.edu.co](mailto:obohorbe@correo.uis.edu.co)

<sup>4</sup> Grupo de investigación en diseño y manufactura (DIMA), Escuela de ingeniería mecánica, Universidad industrial de Santander, Colombia. Email: [apertuzc@uis.edu.co](mailto:apertuzc@uis.edu.co)

### Resumen

En la fabricación de prótesis se utilizan diferentes materiales con alta resistencia mecánica y desempeño biocompatible, entre estos, el AISI 316L es uno de los más utilizados debido a su alta disponibilidad y bajo costo en comparación con otros materiales. Cuando se diseñan estos dispositivos dirigidos a la población joven cuya actividad física diaria implica imponer cargas de mayor magnitud y frecuencia que la población de edad avanzada [1], el sometimiento de estos dispositivos a cargas fluctuantes provoca que con el tiempo se presente la aparición de grietas en la estructura del componente, generadas por el fenómeno de la fatiga. El comportamiento de propagación de grieta por fatiga depende de diversos factores, entre los cuales se encuentran los concentradores de esfuerzos directamente relacionados con la geometría del componente, como agujeros, entallas, ranuras y cambios de sección, que, a diferencia de aspectos microestructurales más complejos, son un factor bajo la capacidad de control del diseñador. En consecuencia, este trabajo propone analizar del comportamiento de la trayectoria de propagación de grieta y la vida útil en placas agujeradas, pre entalladas de AISI 316L mediante ensayos experimentales y simulación computacional. Dichos ensayos experimentales se realizaron para 24 probetas cortadas por chorro de agua, cuya dirección de laminación se aseguró paralela al eje de la carga aplicada. Los especímenes fueron dimensionados en base a la norma ASTM E399 para flexión tres puntos [2], se ensayaron tres de estos con geometría normalizada y grieta centrada para la caracterización de la tasa de crecimiento de grieta en el material, por otro lado, los especímenes restantes se diseñaron con la grieta desfasada del centro con el objetivo de tener modo mixto durante el ensayo. Para las probetas de grieta desfasada, se incorporaron diferentes agujeros como concentradores de esfuerzo, cuya localización y dimensiones se definieron a partir de simulación computacional por medio del método dual de elementos de contorno, mismo método con el cual se contrastan todos los resultados experimentales obtenidos. Para las corridas experimentales se utilizó la máquina universal de ensayos MTS Bionix, y a lo largo de cada ensayo se capturaron periódicamente diferentes fotografías macro en la zona de propagación de grieta para cada probeta, dichas fotografías que fueron debidamente escaladas y procesadas con el objetivo de determinar el comportamiento del tamaño de grieta contra número de ciclos, así como la trayectoria de propagación en cada prueba. Para lograr la captura de fotografías limpias, se programó la disminución periódica de la frecuencia de la onda de fatiga de 20 Hz a 0.5 Hz y se ubicó una escala milimétrica sobre cada probeta en la fotografía inicial. En cuanto a los resultados, se observó como la presencia de un agujero influye en la curvatura de la grieta, haciendo que esta se desvíe o colapse directamente hacia él, lo cual depende principalmente del tamaño del agujero y de la proximidad entre este y la grieta. Este comportamiento se da por la variación de los factores de intensidad de esfuerzo  $K_I$  y  $K_{II}$ , ya que el factor de intensidad de esfuerzos correspondiente al modo II aumenta cuando la trayectoria se ve influenciada por el agujero, en contraste a la disminución del factor de intensidad de esfuerzos para el modo I [3]. Lo cual demuestra que se puede aumentar la vida útil de un componente sometido a cargas de fatiga, si se colocan agujeros de manera estratégica, de manera que la grieta no colapse de manera prematura, sino que lo haga directamente contra el agujero al final de la trayectoria de propagación.

**Palabras clave:** Crecimiento de grieta, Trayectoria de propagación, AISI 316L, Método dual de elementos de contorno.

## Abstract

In the manufacturing of prostheses, different materials with high mechanical strength and biocompatible performance are used. Among these, AISI 316L is one of the most utilized due to its high availability and low cost compared to other materials. When designing these devices for the young population whose daily physical activity involves imposing loads of greater magnitude and frequency than the older population [1], the subjection of these devices to fluctuating loads causes the appearance of cracks in the structure of the component over time, generated by the phenomenon of fatigue. The crack propagation behavior depends on various factors, among which are the stress concentrators directly related to the component's geometry, such as holes, notches, grooves, and section changes. Unlike more complex microstructural aspects, these factors are under the designer's control. Consequently, this work proposes to analyze the behavior of the crack propagation path and the service life in pre-notched and holed AISI 316L plates through experimental tests and computational simulation. These experimental tests were conducted on 24 waterjet-cut specimens, with their rolling direction ensured parallel to the axis of the applied load. The specimens were dimensioned based on the ASTM E399 standard for three-point bending [2]. Three of these were tested with standardized geometry and centered cracks for characterizing the crack growth rate in the material. On the other hand, the remaining specimens were designed with an off-center crack to achieve mixed-mode during the test. For the off-center crack specimens, different holes were incorporated as stress concentrators, whose location and dimensions were defined based on computational simulation using the dual boundary element method, the same method used to contrast all obtained experimental results. For the experimental runs, the MTS Bionix universal testing machine was used. Throughout each test, different macro photographs were periodically captured in the crack propagation area for each specimen. These photographs were properly scaled and processed to determine the behavior of crack size against the number of cycles, as well as the propagation path in each test. To achieve clear photographs, the frequency of the fatigue wave was periodically reduced from 20 Hz to 0.5 Hz, and a millimeter scale was placed on each specimen in the initial photograph. As for the results, it was observed how the presence of a hole influences the curvature of the crack, causing it to deviate or collapse directly towards it. This depends primarily on the size of the hole and the proximity between it and the crack. This behavior is due to the variation in the stress intensity factors  $K_I$  and  $K_{II}$ , as the stress intensity factor corresponding to mode II increases when the path is influenced by the hole, in contrast to the decrease in the stress intensity factor for mode I [3]. This demonstrates that the service life of a component subjected to fatigue loads can be increased if holes are strategically placed so that the crack does not collapse prematurely but rather collapses directly into the hole at the end of the propagation path.

**Keywords:** Crack growth, Crack propagation path, AISI 316L, Dual boundary element method.

## 1. Introducción

En la fabricación de prótesis, la selección adecuada de materiales es un aspecto crucial que determina su desempeño y durabilidad. El acero inoxidable AISI 316L se destaca en este campo debido a su resistencia mecánica y biocompatibilidad, que, combinadas con una alta disponibilidad y costo accesible, lo convierten en uno de los materiales más utilizados en la fabricación de placas de osteosíntesis, que en muchos casos están diseñadas para jóvenes físicamente activos, quienes debido a su constante actividad física, someten sus huesos a cargas repetitivas y variables, incrementando el riesgo de formación de grietas por fatiga [4], la cual es la causa de falla más común en este tipo dispositivos biomédicos [5].

La fatiga es un fenómeno que deteriora progresivamente los materiales sometidos a cargas cíclicas, llevando a la aparición y propagación de grietas que pueden comprometer la integridad estructural de las prótesis, y repercutir en una falla catastrófica. Un factor clave en la propagación de estas grietas son los concentradores de esfuerzo, elementos geométricos como agujeros y entallas que intensifican los esfuerzos locales en el material, y tienen un impacto significativo en la trayectoria de propagación de grietas y la vida útil de los componentes que las presentan [6].

Este artículo propone investigar la influencia de los concentradores de esfuerzo en la propagación de grietas por fatiga en placas de AISI 316L. A través de ensayos experimentales y simulaciones computacionales, se evaluará cómo diferentes configuraciones de agujeros y entallas afectan la trayectoria de las grietas y la durabilidad de las piezas. Las dimensiones y localización de estos agujeros se definieron a partir de simulaciones computacionales utilizando el método dual de elementos de contorno, con el cual se contrastaron todos los resultados experimentales.

El objetivo de este estudio es demostrar cómo la colocación estratégica de agujeros puede aumentar la vida útil de un componente sometido a cargas de fatiga, haciendo que la grieta colapse directamente contra el agujero al final de su trayectoria de propagación. Este enfoque proporciona una solución efectiva para mejorar la durabilidad de los componentes utilizados en prótesis, contribuyendo así a la fiabilidad y seguridad de estos dispositivos médicos.

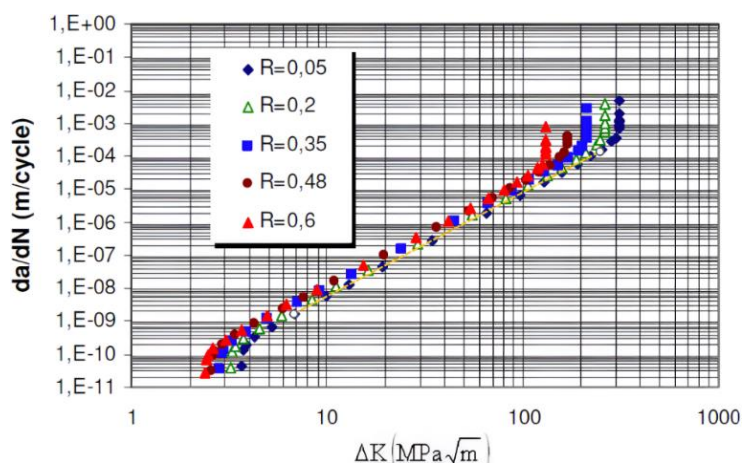
### 1.1. Método(s), metodología

Para llevar a cabo el análisis experimental del fenómeno, se decidió emplear ensayos de flexión a tres puntos. Este método fue seleccionado debido a su capacidad para proporcionar una amplia área de

crecimiento apreciable visualmente, lo cual facilita una mejor observación y medición de los resultados.

Con el fin de dimensionar la geometría externa de los especímenes y la carga aplicada durante los ensayos, se tomó como referencia la norma ASTM E399. Esta norma proporciona directrices detalladas que garantizan la consistencia y fiabilidad de los resultados experimentales, permitiendo una evaluación más rigurosa y comparativa del comportamiento de los materiales bajo condiciones específicas de carga.

Los parámetros de carga se definieron basados en estudios previos de la tasa crecimiento de grieta por fatiga en acero inoxidable AISI 316L [7], tomando un valor de  $\Delta K$  ubicado en la zona donde la gráfica de crecimiento empieza a ser lineal, con el propósito de obtener suficiente carga para acelerar el fenómeno de la nucleación de la grieta y de este modo asegurar el inicio de la prueba en la región de crecimiento controlado, a la par de verificar que la máquina universal de ensayos contara con dicha capacidad.



**Figura 1.** Efecto de la relación de cargas R sobre TCG para el 316L. Fuente: M. Benachour [7].

De esta manera, teniendo una carga y algunos parámetros geométricos definidos, se utilizaron las funciones proporcionadas por la norma ASTM E399 [2], para estimar el tamaño máximo posible de la grieta final teniendo en cuenta la tenacidad a la fractura del material  $K_{IC}$  [7], y de esta manera calcular los respectivos valores de  $K_I$  en función del tamaño de la grieta y la geometría de la probeta mediante este método, hasta su máxima propagación

Además, con el propósito de disponer de un método alternativo para el cálculo de los factores de intensidad de esfuerzo, se procedió a la construcción de la misma probeta utilizando el software de análisis de elementos de contorno DBEM Analysis. Empleando la geometría y las cargas previamente definidas, se llevó a cabo el

proceso de mallado de la geometría a través del preprocesador GID. En esta etapa, se asignó una cantidad variable de divisiones a cada uno de los segmentos, adaptando la densidad del mallado según las necesidades específicas de cada área. Este enfoque permitió una representación más precisa y detallada del comportamiento de la probeta bajo las condiciones de carga establecidas, facilitando así una evaluación más rigurosa y fiable de los factores de intensidad de esfuerzo.

Para la aplicación de este método, se requirieron ciertas propiedades específicas del material, como las constantes de Paris  $C$  y  $m$ . Estas constantes se derivaron a partir de los puntos correspondientes a la zona de crecimiento controlado presentes en la gráfica de tasa de crecimiento de grieta obtenida por Benachour [7] para el acero inoxidable 316L, con una relación de cargas de 0,05. Dado que las constantes  $C$  y  $m$  representan la pendiente de la recta y el punto de intersección con el eje  $Y$ , respectivamente, en dicha zona, se utilizó la herramienta WebPlotDigitizer para identificar las coordenadas de los puntos pertinentes, que posteriormente se graficaron en escala logarítmica con ayuda de Matlab, para determinar la ecuación de la recta y finalmente las constantes.

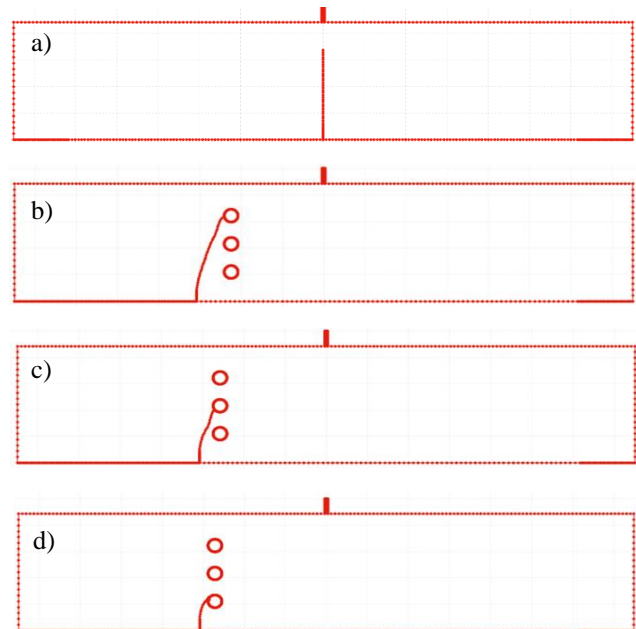
Una vez obtenidos los datos requeridos, el software presentó las gráficas correspondientes a la tasa de crecimiento de grieta con la ley de Paris, la geometría deformada, la trayectoria de la grieta, el tamaño de grieta contra el número de ciclos y los factores de intensidad de esfuerzos contra el tamaño de grieta.

Estos valores de factores de intensidad de esfuerzo calculados para modo I por medio de simulación, se compararon con los valores teóricos calculados a partir de la norma ASTM E399, obteniendo un error porcentual entre estos menor al 1%.

Para validar los resultados obtenidos con el simulador en modo mixto de fractura, se tomaron como referencia los ensayos experimentales de crecimiento de grieta realizados por Ingrassia AR [8] y las simulaciones llevadas a cabo por G.A. Ruiz-Muñoz [9] utilizando el método de elementos finitos (FEM). Se replicó la geometría propuesta en la literatura y se generó la trayectoria de propagación de la grieta con el objetivo de compararla con la trayectoria reportada en los estudios previos. Dado que ya se había validado el factor de intensidad de esfuerzos  $K_I$ , solo bastó con validar la desviación en la dirección de crecimiento de la grieta para obtener los valores de  $K_{II}$  a partir de expresión (1).

$$\theta_{MTS} = 2 \tan^{-1} \left( \frac{K_I}{4K_{II}} - \left( \frac{\text{sgn} \left[ \frac{K_I}{K_{II}} \right]}{4} \right) \sqrt{\frac{K_I^2}{K_{II}^2} + 8} \right) \quad (1)$$

Una vez que se validó el simulador del método dual de elementos de contorno, se llevaron a cabo un total de 39 simulaciones con el objetivo de identificar comportamientos notables en la trayectoria de propagación de grietas. Entre estas simulaciones, se seleccionaron cuatro casos específicos para un análisis más detallado. Uno de estos casos fue el de una entalla centrada, a fin de obtener la gráfica de tasa de crecimiento de grieta  $da/dN$  vs  $\Delta K$  y, por consiguiente, las constantes  $C$  y  $m$  necesarias para ajustar la simulación a parámetros obtenidos experimentalmente. Para los tres casos restantes, se definió una entalla desplazada 46 milímetros del centro, incluyendo tres agujeros distribuidos de manera equidistante en la dirección vertical, variando únicamente su distancia horizontal respecto a la entalla. Esta selección permitió el análisis de la influencia de la posición relativa de los agujeros en el comportamiento de la propagación de las grietas.

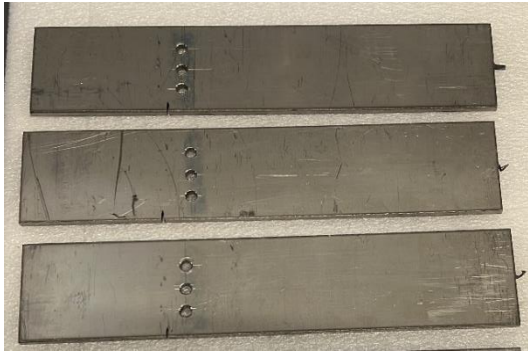


**Figura 2.** a) Geometría base. b) Geometría 1. c) Geometría 2. d) Geometría 3.

Para la fabricación de las geometrías seleccionadas, se emplearon diferentes técnicas de corte adecuadas a las características específicas del material y las dimensiones requeridas. La geometría externa se obtuvo mediante corte por chorro de agua, un método que proporciona alta precisión y evita el sobrecalentamiento del material. Las entallas y los agujeros se produjeron utilizando técnicas de corte por hilo y taladrado, respectivamente. Estas operaciones se

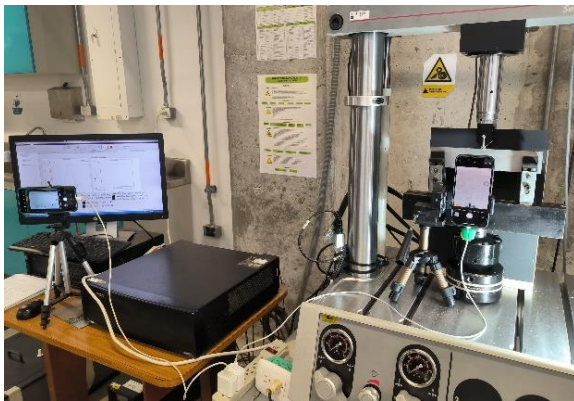


realizaron en una lámina de acero inoxidable AISI 316L de calibre 4.5.



**Figura 3.** Probetas de AISI 316L

En cuanto al equipo utilizado para realizar los ensayos experimentales, se empleó una máquina universal de ensayos MTS Bionix landmark 370. Para el montaje se agregó un fondo negro para crear contraste, así como un sistema de iluminación y dos teléfonos celulares, uno enfocando la entalla de la probeta y otro enfocando la pantalla de ejecución del ensayo, ambos conectados a un dispositivo de control remoto bluetooth para captura de imágenes.

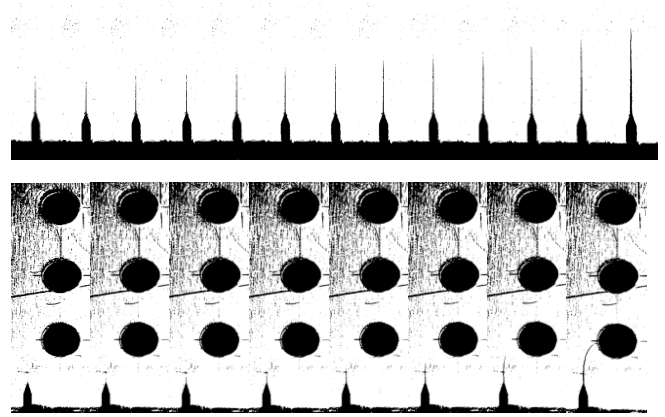


**Figura 4.** Montaje experimental de los ensayos de fatiga.

Para la programación de la prueba, se definió una frecuencia de aplicación de carga variable de 20 Hz durante 2000 ciclos y de 0,5 Hz durante 3 ciclos, buscando reducir las vibraciones cada 2 minutos para lograr la captura de fotografías claras y sin ruido. De esta manera, se obtuvieron imágenes periódicas del tamaño de grieta, así como del número de ciclos correspondiente para cada tamaño.

De esta manera se ensayó una muestra de tres probetas para la geometría base y una probeta para cada geometría restante, para un total de 6 probetas. Las secuencias de imágenes obtenidas a partir de cada probeta se procesaron digitalmente por medio del

software de procesamiento de imágenes ImageJ, con el propósito de tener una escala real y confiable para las mediciones. Además de esto, se aplicó un filtro binario con el fin de tener un mayor contraste para la identificación del tamaño de la grieta.



**Figura 5.** Imágenes de trayectoria procesadas con filtro binario.

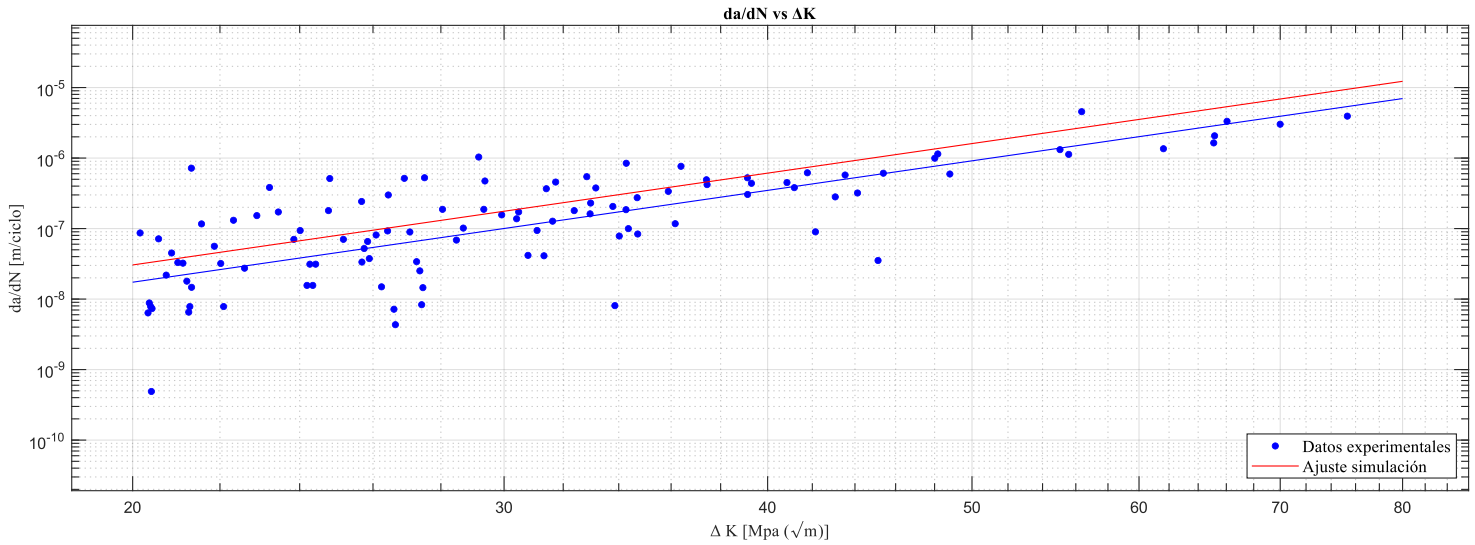
Posteriormente, se realizó la medición digital de cada una de las imágenes obtenidas para la geometría base, es decir, en la que solo se presentó modo I de falla, con el fin de caracterizar el material y obtener experimentalmente las constantes de crecimiento  $C$  y  $m$ . A continuación, con base en la norma ASTM E399 se determinaron los valores correspondientes de los factores de intensidad de esfuerzo  $K_I$  en función de la carga, la geometría de la probeta y el tamaño de la grieta en cada instante.

$$K = \frac{PS}{\sqrt{BB} W^{\frac{3}{2}}} f\left(\frac{a}{W}\right) \quad (2)$$

$$f\left(\frac{a}{W}\right) = 3 \sqrt{\frac{a}{W}} \frac{1.99 - \left(\frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right) \left[2.15 - 3.93 \frac{a}{W} + 2.7 \left(\frac{a}{W}\right)^2\right]}{2 \left(1 + 2 \frac{a}{W}\right) \left(1 - \frac{a}{W}\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

## 2. 1 Resultados

A partir de los valores obtenidos de  $K_I$  y tamaño de grieta, por medio del método del trapecio se determinó la tasa de crecimiento de grieta experimental para el AISI 316L y se comparó con la tasa de crecimiento encontrada por medio de las simulaciones numéricas [10].



**Figura 6.** Tasa de crecimiento de grieta para AISI 316L.

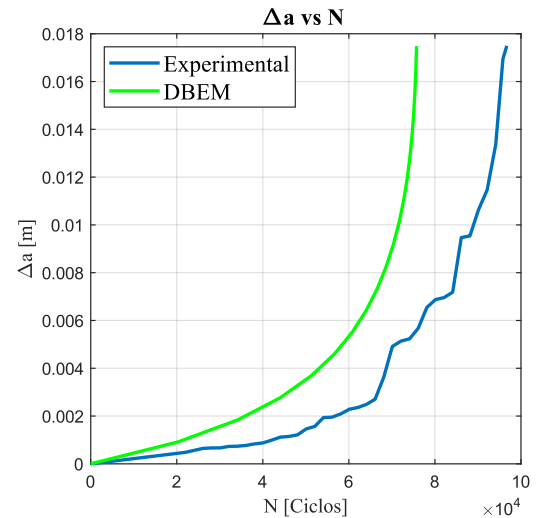
Para la obtención de las constantes de Paris adecuadas para la simulación, se buscó replicar el comportamiento de la tasa de crecimiento de grieta observado en las pruebas experimentales. Para ello, se implementó un proceso iterativo que consistió en variar los valores de las constantes  $C$  y  $m$  de la simulación, dentro de un rango cercano a los valores obtenidos experimentalmente. El objetivo de este proceso fue lograr un  $\Delta N$  de 50,000 ciclos dentro de un  $\Delta a$  de  $3 \times 10^{-3}$  a  $16,4 \times 10^{-3}$  metros.

Mediante este procedimiento, se determinaron las constantes de crecimiento  $C$  y  $m$  de la ley de Paris, analizando la intersección con el eje  $y$  y la pendiente de los datos experimentales y simulados, las cuales se muestran a continuación.

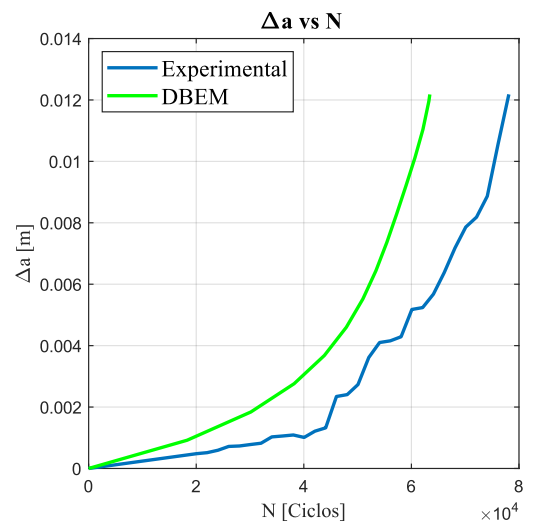
**Tabla 1.** Constantes de Paris obtenidas.

	$C$	$m$
<b>Experimental</b>	4,083e-14	4,325
<b>Simulación</b>	7,173e-14	4,325

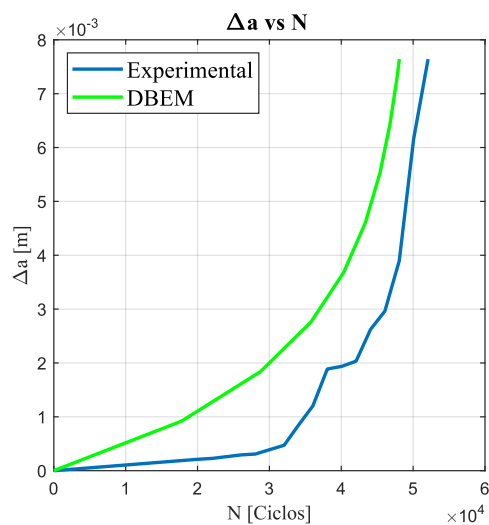
A partir de las constantes obtenidas, se realizó la simulación de las tres geometrías restantes en DBEM Analysis, a partir de las cuales se obtuvieron datos referentes a la variación del tamaño de grieta  $a$ , el número de ciclos  $N$ , la trayectoria de propagación y los factores de intensidad de esfuerzo  $K_I$  y  $K_{II}$  en cada instante. Los anteriores datos fueron contrastados con los obtenidos experimentalmente, a excepción de los factores de intensidad de esfuerzo, que se tomaron únicamente de la simulación previamente validada.



**Figura 7.**  $\Delta a$  vs  $N$  geometría 1.



**Figura 8.**  $\Delta a$  vs  $N$  geometría 2.



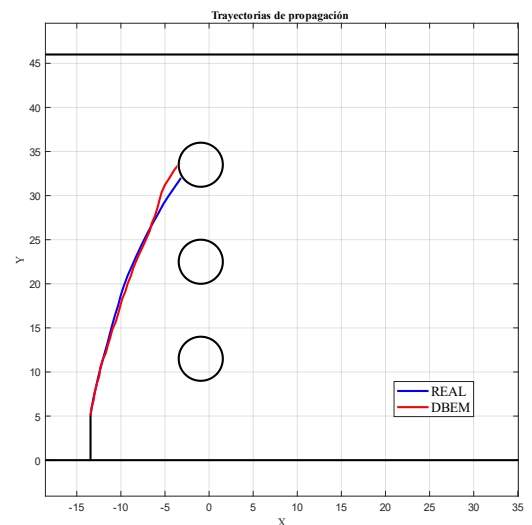
**Figura 9.**  $\Delta a$  vs N geometría 3

Para las anteriores gráficas de tamaño de grieta contra número de ciclos, es evidente la variación entre el número de ciclos experimentales y los simulados, esto se debe principalmente a que DBEM Analysis no tiene en cuenta el tiempo de nucleación de la grieta y solo analiza el crecimiento. Es por esto que se puede afirmar que el  $\Delta N$  entre los ciclos experimentales y los obtenidos con DBEM Analysis en el último instante de cada gráfica, corresponden al número de ciclos ocupados por la fase de nucleación de la grieta.

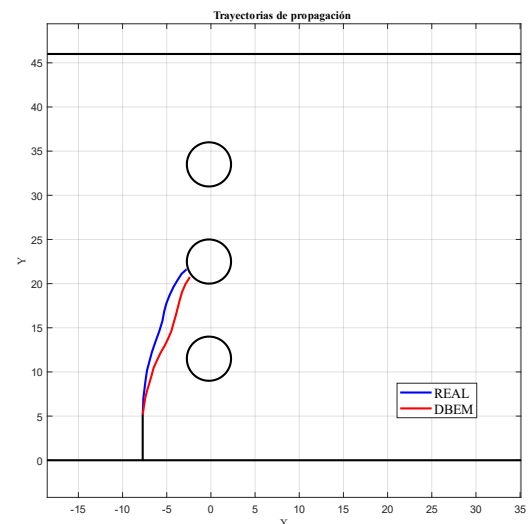
**Tabla 2.**  $\Delta N$  final entre probetas reales y simuladas.

Geometría	$\Delta N$ final
<b>1</b>	20970,45
<b>2</b>	14692,24
<b>3</b>	3998,56

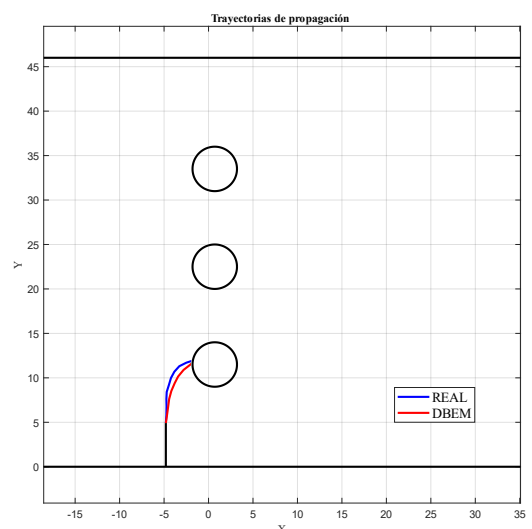
En lo que respecta a la trayectoria de propagación de grieta para las diferentes geometrías analizadas, experimentalmente se trazó la trayectoria a partir de la última fotografía obtenida en el ensayo, posteriormente con ayuda del software WebPLot digitizer se obtuvieron los puntos de la función de trayectoria que finalmente fueron graficados junto con los obtenidos por DBEM Analysis, para su respectiva comparación.



**Figura 10.** Trayectorias de propagación geometría 1.



**Figura 11.** Trayectorias de propagación geometría 2.



**Figura 12.** Trayectorias de propagación geometría 3.

Los resultados obtenidos revelaron diferencias significativas en las trayectorias de propagación entre ambos métodos, para la geometría 1, ambas trayectorias coinciden hasta aproximadamente una distancia vertical de 27 milímetros, lo cuál podría deberse a que los dos primeros agujeros están lo suficientemente alejados de la grieta, que no la afectan en gran medida hasta esa distancia. Por otro lado, la geometría 2, cuyos agujeros presentan una influencia más temprana en la trayectoria de propagación, evidencian una diferencia significativa durante toda la trayectoria. Finalmente, para la geometría 3, el primer agujero presenta una influencia inmediata en el comportamiento de la grieta y una mínima diferencia de la ubicación del mismo entre la simulación y la probeta física, repercuten en una variación inmediata de la trayectoria esperada.

Estas diferencias subrayan la importancia de considerar las particularidades geométricas causadas por el método de fabricación y las condiciones experimentales variables entre los ensayos, además de considerar posibles ajustes adicionales en el mallado del simulación para mejorar su precisión en ciertos escenarios.

## 2.1. Conclusiones

A pesar de que la diferencia entre las contantes de Paris encontradas experimentalmente y a partir de la simulación, no es muy grande, se recomienda aumentar el tamaño de la muestra para la geometría base, con el objetivo de tener una mayor cantidad de datos que permitan tener un ajuste más amplio de la tasa de crecimiento de grieta del AISI 316L.

Los posibles errores de precisión en la ubicación de los agujeros, causados por el método de fabricación, se consideran el principal agente causal entre la diferencia de las trayectorias reales con la obtenidas numéricamente.

## 3. Referencias

- [1] S. Griza *et al.*, “Fatigue failure analysis of a specific total hip prosthesis stem design,” *Int J Fatigue*, vol. 30, no. 8, pp. 1325–1332, Aug. 2008, doi:10.1016/J.IJFATIGUE.2007.11.005.
- [2] “E399 Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness of Metallic Materials.” Accessed: Mar. 09, 2024. [Online].
- [3] Y. A. Fageehi, “Fatigue Crack Growth Analysis with Extended Finite Element for 3D Linear Elastic Material,” *Metals 2021, Vol. 11, Page 397*, vol. 11, no. 3, p. 397, Mar. 2021, doi: 10.3390/MET11030397.
- [4] B. Arifvianto, Suyitno, and M. Mahardika, “Surface morphology, roughness and wettability of the medical grade 316L stainless steel processed with surface mechanical attrition treatment and electropolishing for the preparation of osteosynthesis plate,” *Journal of Physical Science*, vol. 29, no. 3, pp. 83–94, 2018, doi: 10.21315/JPS2018.29.3.7.
- [5] H. Brunner and J. P. Simpson, “Fatigue fracture of bone plates,” *Injury*, vol. 11, no. 3, pp. 203–207, Jan. 1980, doi: 10.1016/S0020-1383(80)80044-1.
- [6] A. H. Bashiri and A. M. Alshoaibi, “Adaptive Finite Element Prediction of Fatigue Life and Crack Path in 2D Structural Components,” *Metals 2020, Vol. 10, Page 1316*, vol. 10, no. 10, p. 1316, Oct. 2020, doi: 10.3390/MET10101316.
- [7] M. Benachour, A. Hadjoui, and N. Benachour, “Effect of geometrical and loading parameters on fatigue crack growth of stainless steel 316L,” *ASME 2010 10th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, ESDA2010*, vol. 1, pp. 351–355, 2010, doi: 10.1115/ESDA2010-24055.
- [8] Ingraffea AR and Grigoriu M., “Probabilistic Fracture Mechanics: A Validation of Predictive Capability,” 1990, Accessed: Mar. 11, 2024. [Online]. Available: [https://www.researchgate.net/publication/235186821\\_Probabilistic\\_Fracture\\_Mechanics\\_A\\_Validation\\_of\\_Predictive\\_Capability](https://www.researchgate.net/publication/235186821_Probabilistic_Fracture_Mechanics_A_Validation_of_Predictive_Capability)
- [9] G. A. Ruiz-Muñoz, “Method to analyse multiple site damage fatigue before and after crack coalescence,” *Eng Fract Mech*, vol. 188, pp. 416–430, Feb. 2018, doi: 10.1016/J.ENGFRACMECH.2017.09.011.
- [10] J. A. Mantilla, M. Martínez, D. F. Villegas, O. Bohorquez, and J. G. Díaz, “Dual boundary element method for comparative studies on fatigue crack growth models,” *Engineering Solid Mechanics*, vol. 12, no. 4, pp. 409–422, 2024, doi: 10.5267/J.ESM.2024.5.001.